ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME XII. AVRIL 1937. N° 48.

TOME XII AVRIL 1957 N° 48

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE (SFR)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE,
AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : M. Robert WARNECKE

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F.,
Centre d'Information et de Documentation, 12, rue Carducci, Paris (19e).

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES STRUCTURES SEMI-CONDUCTRICES PRÉSENTANT DES RÉSISTANCES DYNAMIQUES NÉGATIVES ET DES OSCILLATIONS QU'ELLES PEUVENT ENTRETENIR ([1]).

PAR A. LEBLOND,

Département « Recherches Électronique et Atomistique » de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Le travail qui suit est consacré à l'étude du mécanisme électronique qui peut conduire dans certaines structures semi-conductrices à l'obtention de caractéristiques intensité-tension présentant des résistances dynamiques négatives. Il comprend quatre chapitres :*

— *Dans un premier chapitre on resume d'une part les travaux où l'on a déjà traité de l'existence de caractéristiques présentant des pentes négatives et l'on présente d'autre part les résultats expérimentaux qui font l'objet de l'étude actuelle.*

— *Dans un second chapitre on recherche quels peuvent etre les mécanismes électroniques pouvant rendre compte des résistances négatives observées. On envisage deux mécanismes appelés I et II. Le mécanisme I fait appel à une ionisation interne du matériau médian et à l'existence d'une zone à recombinaison élevée au droit de la jonction émettrice. La résistance dynamique négative est la conséquence de l'établissement d'un certain régime de charge d'espace au sein de la zone médiane de la structure. Le mécanisme II ne fait pas appel à une ionisation interne du cristal, mais par contre introduit un facteur de multiplication du courant des porteurs minoritaires au droit de la jonction collectrice de la structure.*

— *Dans le troisième chapitre on étudie les oscillations observées au moyen des structures présentées au premier chapitre. Ces oscillations semblent du type à relaxation et l'on précise la limitation de fréquence qui peut résulter des paramètres déterminant le circuit extérieur.*

— *Dans le quatrième chapitre on étudie la limitation de fréquence provenant de la constante de temps de la charge électronique présente durant la décharge au sein de la zone médiane, en admettant un fonctionnement conforme au mécanisme I. On montre qu'avec du germanium il doit être possible d'obtenir des fréquences fondamentales pouvant aller jusqu'à* 100 Mc/s, *de l'ordre de celles observées, qui étaient comprises entre* 25 *et* 35 Mc/s. *Il est probable que ce chiffre peut encore être accru avec un matériau comme l'antimoine-indium pour lequel la somme des mobilités des porteurs est supérieure à celle du germanium.* (C. D. U. : 621.315.59.)

SUMMARY. — *This paper is concerned with the study of a type of semi-conducting device whose voltage-current characteristic has a negative slope over a certain range of current values. The subject is divided into four chapters :*

— *In the first chapter an account is given of earlier work on such questions, and the experimental results now obtained on some crystal structures are discussed.*

— *In the second chapter a possible electronic process is examined which may explain the negative slopes observed. Two are considered, namely process I and process II.*

In the first process internal ionisation of the crystal is considered together with a layer of high recombination located immediately in front of the emitting junction. The negative dynamic

([1]) Travail présenté comme thèse de doctorat devant la Faculté des Sciences de Paris, le 12 février 1957; manuscrit reçu le 4 janvier 1957.

resistance is a consequence of a particular space charge configuration in the intermediate layer of the device.

In the second process internal ionisation is not considered but a multiplication factor of minority carriers at the collector junction is introduced.

— *In the third chapter the observed oscillations are examined. These seem to be of the relaxation type, and the frequency limitations arising from the external circuit conditions are defined.*

— *The fourth chapter deals with frequency limitations arising from the time-constant of the space charge which appears in the intermediate layer during the time of discharge, taking the first process as a basis. It is shown that with germanium it should be possible to obtain fundamental frequencies up to* 100 Mc/s, *of the order of our experimental results which gave figures of* 25 *to* 35 Mc/s. *This limit can probably be raised with some other material such as indium-antimony whose carrier mobility is greater than that of germanium.* (U. D. C. : 621.315.59.)

INTRODUCTION.

L'exposé qui suit est consacré à l'étude de l'état électrique existant au sein de certaines structures semi-conductrices permettant d'obtenir, sous des conditions appropriées, des caractéristiques tension-intensité présentant pour certaines valeurs de l'intensité une résistance dynamique négative. On étudie ensuite les oscillations H. F. qu'elles peuvent entretenir et enfin les facteurs qui peuvent limiter la valeur de la fréquence des oscillations observées. On distingue quatre chapitres. Dans le premier on rappelle les conditions dans lesquelles il est courant d'observer, avec des cristaux, des caractéristiques à résistance dynamique négative, ainsi que les explications qui en sont données. On présente ensuite le dispositif qui fait l'objet du développement actuel. Dans un second chapitre on étudie l'état électrique existant au sein de ce dispositif semi-conducteur, état qui conduit à la caractéristique observée. Dans le troisième chapitre on précise le cycle d'oscillation H. F. qui correspond aux diagrammes tension-temps et intensité-temps observés. Dans le quatrième chapitre on étudie la constante de temps de la charge électronique existant au sein de la zone médiane des structures envisagées qui intervient pour limiter la fréquence des montages expérimentés. Enfin, dans la conclusion, on groupe les résultats auxquels on est parvenu au cours des développements précédents et les possibilités qu'ils permettent d'envisager.

1. STRUCTURES CRISTALLINES PERMETTANT D'OBTENIR UNE RÉSISTANCE DYNAMIQUE NÉGATIVE. CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT ET EXPLICATIONS QUI ONT ÉTÉ JUSQU'A PRÉSENT PROPOSÉES. STRUCTURES FAISANT L'OBJET DE L'ÉTUDE ACTUELLE.

On distingue trois paragraphes *a*, *b*, *c*. L'objet de l'étude actuelle est exposé en *c*.

a. L'étude complète de la caractéristique tension-intensité d'une diode germanium, jonction *p-n* par exemple, ou d'un contact pointe métallique-semi-conducteur, conduit à une courbe analogue à celle de la figure 1.1. (Les valeurs portées en abscisses et en ordonnées le sont à titre indicatif.) Une étude expérimentale de ces caractéristiques a été faite par Benzer [1], dans le cas d'un contact pointe

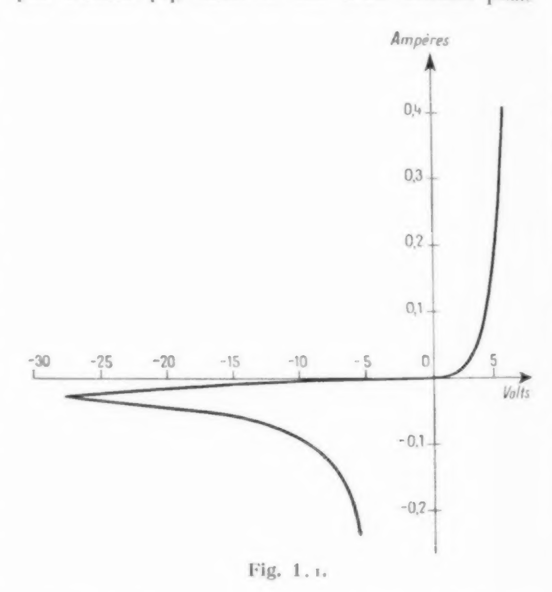


Fig. 1.1.

métallique-base semi-conductrice (germanium), pour étudier les conditions d'obtention d'une résistance inverse élevée. Pour cet auteur la forme de la partie de courbe présentant une résistance dynamique négative dépend principalement de la chaleur dégagée par le passage du courant au niveau du contact métal-germaninm. La chaleur dégagée modifierait la conductibilité locale et en l'accroissant faciliterait le passage de courants élevés dans le sens « inverse » notamment sous des tensions infé-

rieures à la tension inverse maximum dite de rupture, d'une façon un peu analogue à ce qui se passe avec les thermistors qui, comme on le sait, présentent une résistance dynamique négative au-delà d'un certain courant. D'une manière générale la résistance dynamique négative serait due à un effet thermique.

b. Plus récemment Kidd, Hasenberg et Webster d'une part [2] et Miller et Ebers [3] d'autre part ont indiqué des montages à deux connexions, permettant d'obtenir des résistances négatives au moyen de transistors du type à jonction. Dans le fonctionnement de ces dispositifs, structure du type *p-n-p*, intervient le phénomène de multiplication des porteurs par ionisation interne du matériau médian dans les parties duquel règnent des champs élevés. On utilise ces montages avec deux bornes conformément au schéma de la figure 1.2. La base est reliée à l'émetteur à travers une résistance *R*. Dans ce montage la portion de courbe caractéristique tension-intensité à résistance dynamique négative

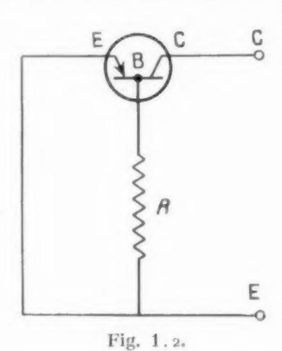


Fig. 1.2.

traduit le passage entre deux états électriques différents (*fig.* 1.3). Dans le premier état on a affaire à une jonction *p-n* fonctionnant en inverse, donc faibles courants et fortes tensions allant jusqu'au voisinage de la rupture; dans le second état, qui s'établit progressivement, au fur et à mesure que le courant augmente dans le régime précédent, le courant est fourni pratiquement en totalité par l'émetteur, le transistor fonctionnant alors pratiquement en régime dit de base flottante avec ionisation du matériau médian surtout au niveau de la jonction collectrice où règnent des champs élevés. Différentes formes de la caractéristique peuvent être obtenues en modifiant la résistance émetteur-base. Tout se passe comme si une fraction de plus en plus grande du courant total était fournie par les porteurs minoritaires de l'émetteur, donc comme si le facteur α du transistor (fraction du courant émetteur qui est collecté) était une fonction croissante du courant émetteur, le courant total gardant sa valeur au travers de la base principalement du fait de l'ionisation interne. D'après Miller et Ebers un

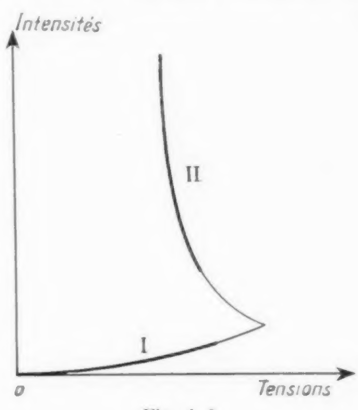


Fig. 1.3.

effet analogue peut être observé avec une jonction *p-n-p* dissymétrique, à savoir où la surface de l'émetteur est importante (*fig.* 1.4), et sans connexion de base particulière.

Avec un émetteur de grande surface le facteur α est faible à bas courant étant donné la forte recombinaison superficielle des porteurs injectés par l'émetteur due au grand développement géométrique de celui-ci. Au fur et à mesure que la tension émetteur-collecteur augmente, le centre de la surface émettrice est polarisé plus fortement que les parties externes, la contribution de cette zone centrale au courant émetteur étant alors plus importante que celles des parties périphériques [4], [5]. Une focalisation du flux de porteurs émis s'opère qui diminue

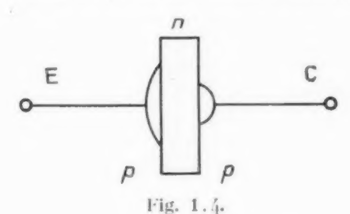


Fig. 1.4.

l'effet de la recombinaison superficielle entraînant un accroissement du facteur α entraînant lui-même une diminution de la tension observée entre les bornes de la structure puisque la multiplication des porteurs par ionisation n'a plus besoin d'être aussi grande, vu que le courant des porteurs minoritaires se conserve mieux. Il en résulte une résistance dynamique négative.

On remarque que, dans le fonctionnement proposé de ces structures présentant une résistance dynamique négative, on ne fait pas intervenir, comme au paragraphe *a*, un effet thermique de contact. D'après Benzer du reste, l'effet thermique de contact, qui lui semble, dans les expériences qu'il cite, jouer un rôle important, ne lui paraît pas être la cause essentielle de la résistance négative. Il interviendrait surtout pour modifier la forme des courbes à pente négative dans le sens d'un accroissement du module de ces résistances. L'origine de résistances dynamiques négatives reste lié à un processus, si l'on peut dire, purement électronique.

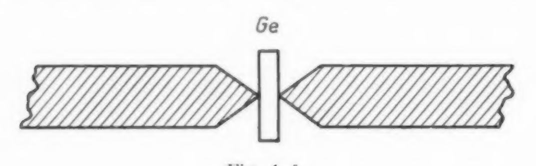


Fig. 1.5.

c. L'objet du présent exposé est l'étude de certaines structures semi-conductrices du type à jonction présentant des caractéristiques intensité-tension d'allure semblable à celles qui viennent d'être exposées.

L'une de celles-ci a été réalisée comme il est indiqué sur la figure 1.5 : une plaquette de germanium (aussi pur que possible ou intrinsèque), est prise entre deux embouts coniques en cuivre recouverts d'indium. Par chauffage, l'indium diffuse dans le germanium donnant naissance à deux zones *p*. Le contact des extrémités coniques avec le germanium est maintenu en exerçant une légère pression durant cette opération. Cette jonction transistor, appelée T_0, est du type *p-i-p* et est alimentée entre les deux extrémités *p* qu'on appellera émetteur et collecteur. Ses caractéristiques sont portées sur les figures 1.6 et 1.7 pour $T = 85°$ K (air liquide) suivant le sens de polarisation. La résistance négative observée ne semble pas due à un effet thermique. En effet, d'une part la présence des deux extrémités coniques massives assure une bonne définition de la température du système, d'autre part, comme on le verra au chapitre 3, on a obtenu avec cet élément des oscillations H. F. de fréquence égale à 33 Mc/s, soit une période égale à 0,03 μs. Il faudrait, par conséquent, que les variations de température puissent s'effectuer avec une constante de temps inférieure à cette durée, ce qui semble à première vue difficile [1]. Enfin des mesures en impulsions de durée 5 μs à des fréquences de répétition variables entre 50 et 1200 c/s ont donné les mêmes résultats qu'en continu. La résistance dynamique négative paraît bien avoir une origine, comme dit plus haut, purement électronique. Enfin on n'a jamais observé d'instabilités dans les différentes mesures effectuées au moyen de ces éléments. D'autres caractéristiques analogues ont été obtenues avec des éléments *p-i-p* fonctionnant base en l'air à la température de l'air liquide et alimentés comme précédemment entre

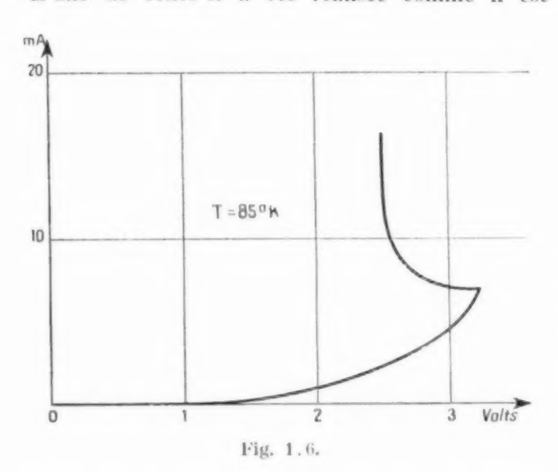


Fig. 1.6.

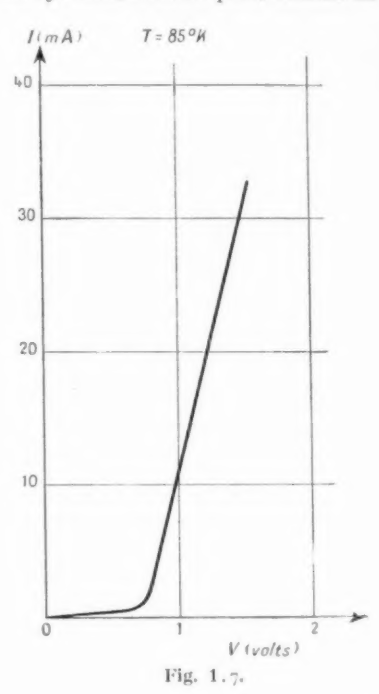


Fig. 1.7.

les deux zones *p* d'extrémité. Les deux zones *p* sont fortement dopées en impuretés *p*, indium à raison de 10^{18} par centimètre cube par exemple. La zone *i*

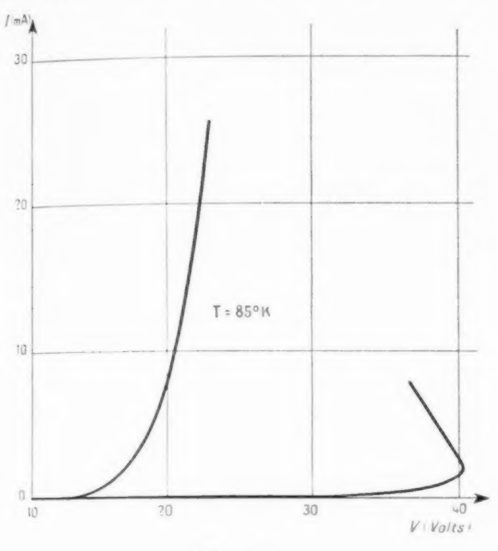


Fig. 1.8.

intrinsèque est réalisée avec du germanium aussi pur que possible. Elles sont portées sur les figures 1.8,

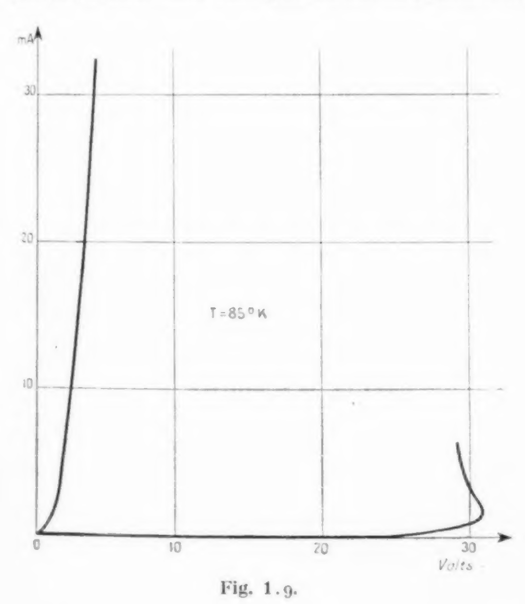


Fig. 1.9.

1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.13. Les transistors correspondants sont dénommés : T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6. Les caractéristiques des figures 1.8, 1.9, 1.10 ont été tracées en faisant passer le courant dans les deux sens. Sur les figures 1.11, 1.12, 1.13, on a seulement porté la portion de caractéristique où apparaît la résis-

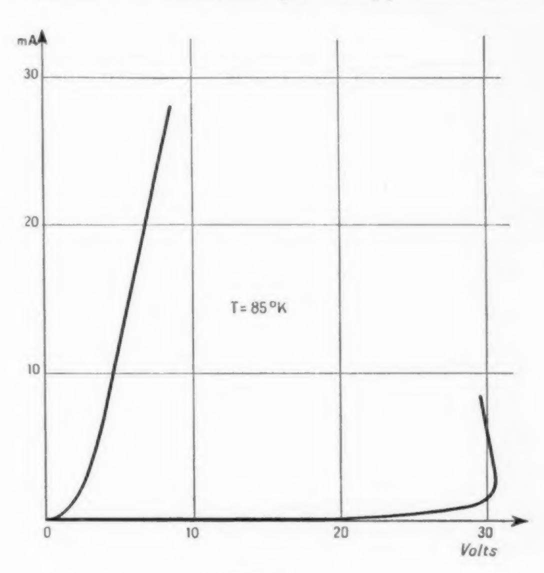


Fig. 1.10.

tance dynamique négative. Dans les relevés effectués en continu, cas des basses tensions, on se limitait à une gamme de variation du couple intensité-tension correspondant à des puissances dissipées faibles. Les relevés de caractéristiques conduisant à des

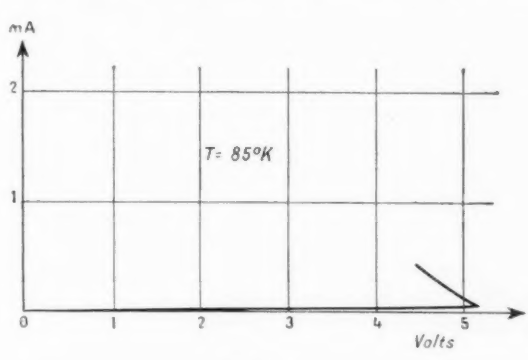


Fig. 1.11.

tensions élevées ont été réalisés en impulsions au moyen d'un oscillographe. La figure 1.12 comporte deux caractéristiques pratiquement confondues. Ce sont la même caractéristique relevée en régime d'impulsions, de durée 5 μs et de fréquence de répétition respectivement égales à 70 et 1200 c/s. La coïncidence de ces deux courbes permet de penser

que l'effet thermique intervient peu, le rapport des puissances moyennes dissipées étant égal à $3 \cdot 10^{4}$.

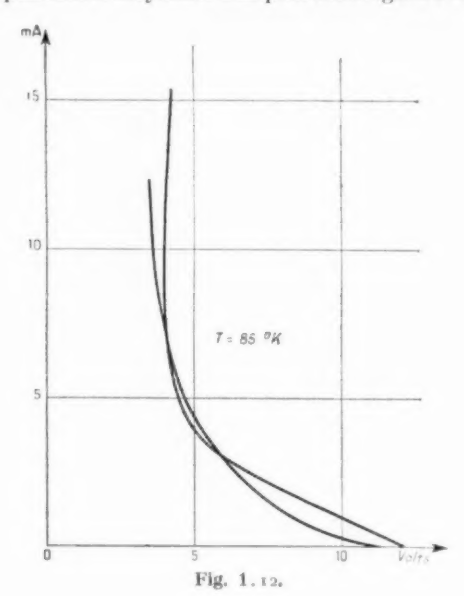


Fig. 1.12.

On remarque sur les courbes des figures 1.8, 1.9, 1.10 un fait constaté avec toutes les jonctions, à savoir une dissymétrie à faible tension, la branche, à

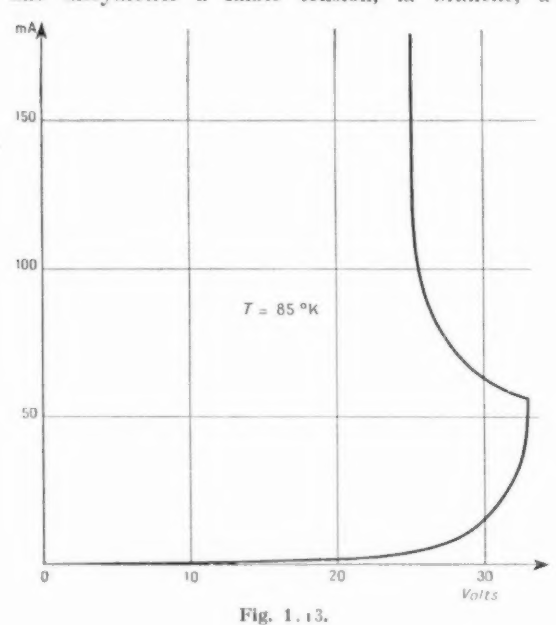


Fig. 1.13.

résistance dynamique négative étant toujours celle pour laquelle les courants initiaux sont les plus petits (branche à forte résistance initiale). Sur les figures 1.14, et 1.15 on précise cette dissymétrie par l'étude des caractéristiques de chacune des jonctions *p-i* et *i-p* composant une structure donnée. On utilise pour cela la connexion de base qui, dans les tracés précédents, était isolée.

On remarque qu'étant donnée la construction géométrique de ces transistors les lignes de force reliant l'émetteur à la base et le collecteur à la base ne sont pas semblables d'où il peut résulter une légère cause de dissymétrie dans les relevés.

La figure 1.14 donne les caractéristiques directes et inverses de chacune des deux jonctions constituant

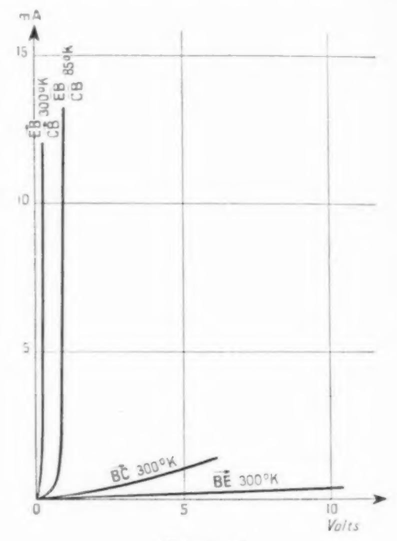


Fig. 1.14.

le transistor T_1 pour deux températures, 300° K (température ambiante) et 85° K (air liquide). La figure 1.15 donne les courbes analogues pour T_2.

On voit sur ces courbes les deux faits généraux suivants, à savoir d'une part, que l'une des deux jonctions redresse bien, l'autre présentant une résistance inverse faible et que d'autre part la branche comportant une résistance dynamique négative apparaît toujours quand le courant passe dans le sens où la bonne jonction travaille en inverse. On admettra, ce qui semble être l'hypothèse la plus simple, qu'il existe au niveau de la surface de séparation *p-i* de la mauvaise jonction une zone à forte recombinaison qui est traversée par tous les porteurs [6].

Il est possible, d'autre part d'obtenir une structure présentant entre les deux bornes *p* extrêmes

une résistance dynamique négative à partir d'une structure à faible épaisseur de zone médiane (tension de punch through faible [7], [8]), ayant initialement une caractéristique tension-intensité normale. La méthode de formation utilisée consiste à faire passer au travers de la jonction ou au travers de l'un des redresseurs composants, un courant assez élevé pour produire un échauffement local important et capable de créer soit une perturbation de réseau cristallin, soit une migration d'impuretés plus profonde que celle obtenue lors de la construction du transistor. La perturbation du réseau cristallin

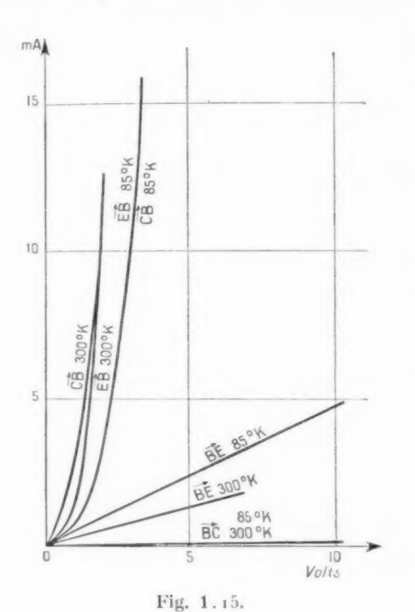


Fig. 1.15.

ou la migration d'impuretés peuvent d'autre part conduire à une modification de la surface émissive d'une des jonctions dont on peut tenir compte en introduisant une zone à forte recombinaison.

Les résultats expérimentaux qui viennent d'être mentionnés ont permis de préciser les constitutions des différentes structures qui nous intéressent. Dans le second chapitre qui est développé maintenant, on présente deux explications possibles des résistances dynamiques négatives observées ci-dessus à partir d'un schéma théorique en accord avec les conclusions précédentes. La première peut être envisagée comme on le verra dans le cas où les résistances négatives apparaissent pour des champs élevés (structures T_6 et T_7 par exemple). La seconde est mieux adaptée au cas où elles apparaissent pour des champs faibles (structure T_0).

2. DÉVELOPPEMENT D'UNE EXPLICATION DES RÉSISTANCES DYNAMIQUES NÉGATIVES OBSERVÉES. MÉCANISMES I ET II.

On présente ici, comme il vient d'être dit, deux explications possibles des faits expérimentaux. Il semble en effet difficile comme on va le voir ci-dessous de présenter un mécanisme de fonctionnement commun pour toutes les caractéristiques relevées.

Dans la première explication, adaptée aux structures à champ élevé, T_6 et T_7 par exemple, on admet que la tension appliquée entre émetteur et collecteur agit sur le courant par un double effet à savoir d'une part en créant au travers de toute la zone intrinsèque et jusque sur la surface émettrice un champ électrique notable (tension de valeur supérieure à la valeur dite de punch through) et d'autre part en introduisant en certaines parties de la zone intrinsèque celles où le champ électrique a sa valeur la plus élevée, une ionisation interne du matériau. On admet de plus en accord avec les mesures faites, qu'il existe au droit du plan définissant la jonction émettrice une zone à forte recombinaison traversée par le courant total et dont les propriétés sont indépendantes de celui-ci.

Dans la deuxième explication, adaptée aux structures à faibles champs (T_0), la tension appliquée entre émetteur et collecteur agit sur le courant par le champ électrique qu'elle crée au travers de toute la zone intrinsèque comme dans le cas précédent, mais on suppose l'ionisation interne négligeable. On suppose toujours qu'il existe une zone à forte recombinaison analogue à la précédente, mais de propriétés variables avec le courant. On suppose enfin qu'il existe au droit de la jonction collectrice un facteur de multiplication du courant des porteurs minoritaires, ici des trous, injectés par l'émetteur.

Ces dernières hypothèses se rapprochent de celles faites par Miller et Ebers pour expliquer les propriétés de la jonction portée sur la figure 1.4 en ce qui concerne le rendement d'émetteur avec toutefois deux différences, à savoir d'une part qu'on n'introduit pas d'ionisation interne et d'autre part qu'on introduit, on verra pourquoi, un facteur de multiplication de courant lié à la proximité d'un contact métallique ce qui est le cas de la structure T_0. Dans les deux cas précédents l'ionisation interne du matériau se produit suivant le mécanisme de Townsend. La régénération cathodique et la photorégénération ont, en fait, un très faible rendement.

2.1. MÉCANISME I.

2.1.1. **Définition de la structure.**

On a vu que la structure était du type *p-i-p*, soit zone *p*, zone intrinsèque, zone *p*.

Les jonctions *p-i* et *i-p* sont du type en escalier (step junction). Les densités de trous dans les zones *p* restent sensiblement égales en cours de fonctionnement à ce qu'elles sont à l'équilibre. La zone intermédiaire est réalisée avec du germanium aussi pur que possible. A l'interface de la jonction émettrice et de la zone intrinsèque existe d'autre part une zone à forte recombinaison.

Les zones *p* sont très dopées, la densité effective $N_1 = N_d - N_a$ étant, à la température ordinaire, de l'ordre de 10^{18} par centimètre cube. Le système étudié est représenté sur la figure 2.1.

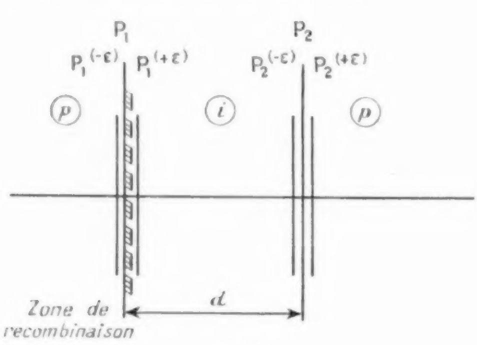


Fig. 2.1.

Les distances sont comptées à partir du plan de jonction P_1, la distance des deux plans de jonctions P_1 et P_2 étant prise égale à *d*.

Pour la zone médiane qui est constituée par du germanium pur ou intrinsèque :

$$N_1 = N_d - N_a = 0.$$

A la température de l'air liquide le germanium pur se comporte effectivement comme un matériau intrinsèque.

On supposera d'autre part que, étant donné la valeur élevée du champ existant, à l'intérieur de la zone intrinsèque, les courants de diffusion y restent très inférieurs aux courants de conduction, les porteurs se déplaçant surtout par effet de champ.

La recombinaison électrons-trous sera supposée négligeable dans cette même zone. Toutefois, on admettra comme on vient de le voir qu'il existe au voisinage de P_1 une zone de recombinaison dont les caractéristiques seront définies ultérieurement. Elle sera supposée traversée par l'ensemble des porteurs participant au courant.

2.1.2. **Égalités de base.**

Les équations de base [9] sont alors les suivantes dans la zone intrinsèque en dehors de la zone de forte recombinaison :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi q}{\kappa\varepsilon_0}(p - n), \tag{2.1}$$

$$I = q(\mu_p p + \mu_n n)E, \tag{2.2}$$

$$\frac{d}{dx}(\mu_p p E) = g. \tag{2.3}$$

La difficulté d'intégration de ce système réside en ce que d'une part il n'est pas linéaire, comme on va le voir, et d'autre part du fait que les mobilités sont fonction du champ électrique.

L'égalité (2.1) est celle de Poisson. L'égalité (2.3) est l'équation dite de continuité écrite pour un régime permanent. L'égalité (2.2) exprime que le courant est égal à la somme du courant de trous I_p et d'électrons I_n. On a d'une façon générale pour chacune des deux composantes

$$I_p = qpv_p, \qquad I_n = qnv_n;$$

v_p et v_n désignant la vitesse moyenne du porteur sous l'action du champ E, p et n étant les densités de porteurs et q le module de leur charge. Pour des valeurs du champ E pas trop élevées (jusqu'à 1000 V/cm), v_p et v_n ont pour expression

$$v_p = \mu_p E, \tag{2.2 bis}$$

$$v_n = \mu_n E; \tag{2.3 bis}$$

μ_p et μ_n étant les mobilités, coefficients constants à une température donnée, et indépendants du champ E; il y a proportionnalité entre $v_{p,n}$ et E; on suit la loi d'Ohm.

D'après les résultats de Ryder mentionnés dans l'étude de Shockley et l'étude de Shockley elle-même [10] les vitesses ne semblent plus suivre la loi d'Ohm pour des valeurs élevées du champ électrique E (supérieures à 1000 V/cm). On peut alors écrire pour v des expressions de la forme

$$v_{p,n} = \mu_{p,n} E_0^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}.$$

Enfin pour des valeurs très grandes du champ la vitesse semble varier encore plus lentement. Il semble qu'on atteigne une sorte de saturation. Ce point demanderait à être précisé, les mobilités sous des champs très élevés étant en fait mal connues actuellement. On peut grouper ces différents résultats en écrivant que la vitesse du porteur est donnée

par une expression de la forme

$$(2.2\ ter)\qquad v_p = \mu_p E_0^{\frac{n-1}{n}} E^{\frac{1}{n}},$$

$$(2.3\ ter)\qquad v_n = \mu_n E_0^{\frac{n-1}{n}} E^{\frac{1}{n}},$$

n étant un coefficient ayant la valeur 1 à champ pas trop élevé et prenant, suivant la gamme de variation de E considérée, une valeur supérieure à l'unité et croissante au fur et à mesure que la gamme considérée se déplace vers les champs élevés.

On résout le système de base dans les deux cas $n = 1$ et $n = 2$.

Les égalités (2.1), (2.2) et (2.3) sont donc valables pour des champs pas trop élevés avec les expressions courantes des mobilités. On admettra pour une raison exposée un peu plus loin qu'elles restent valables pour des champs élevés à condition de remplacer les mobilités μ_p et μ_n par des coefficients de même dimension, mais de valeur beaucoup plus faible, de façon à obtenir à champ élevé des vitesses de déplacement de l'ordre de celles observées par Ryder. Cette façon de procéder reste correcte dans la mesure où les champs ne varient pas trop dans l'espace d'interaction. Même dans le cas où existe une variation notable, à courant très élevé comme on le verra, les résultats auxquels on aboutit sont très voisins de ceux qu'on obtiendrait en utilisant les expressions générales de $v_{p,n}$ données plus haut.

En annexe (annexe II) on résout le système (2.1), (2.2), (2.3), en utilisant les expressions (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*) avec $n = 2$, soit avec les vitesses données par

$$v_p = \mu_p E_0^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}, \qquad v_n = \mu_n E_0^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}.$$

Le mécanisme d'apparition de la résistance négative reste exactement le même que celui développé ci-dessous avec (2.2 *bis*) et (2.3 *bis*) dans les conditions qui viennent d'être indiquées. Enfin, on remarquera que dans ces conditions l'intégration approchée est possible avec (2.2 *bis*) et (2.3 *bis*), cas n° 1, avec une erreur relative en ce qui concerne l'expression modifiée du taux d'ionisation moindre qu'avec (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*), cas n quelconque, égal à 2 par exemple.

Des deux premières on tire les expressions de pE et nE en fonction de E. Soit

$$(2.4)\qquad pE = \frac{I}{q(\mu_p + \mu_n)} + \frac{\mu_n}{\mu_p + \mu_n} \frac{\varkappa\varepsilon_0}{4\pi q} E \frac{dE}{dx},$$

$$(2.5)\qquad nE = \frac{I}{q(\mu_p + \mu_n)} - \frac{\mu_p}{\mu_p + \mu_n} \frac{\varkappa\varepsilon_0}{4\pi q} E \frac{dE}{dx}.$$

D'où par (2.3)

$$(2.6)\qquad \frac{\mu_p \mu_n}{\mu_p + \mu_n} \frac{\varkappa\varepsilon_0}{4\pi q} \frac{d}{dx}\left(E \frac{dE}{dx}\right) = g,$$

Avec

$$(2.7)\qquad g = g_0 + \frac{I}{q}\alpha_i(E) = g_0 + \frac{I}{q} g_k E^k.$$

Dans l'égalité (2.7) :

g_0 est le nombre de paires électrons-trous engendrées par agitation thermique à la température considérée, par unité de volume et par seconde;

$g_k E^k = \alpha_i(E)$ est le nombre de paires électrons-trous engendrées par ionisation du matériau par *un* électron ou *un* trou (*voir* plus loin) se déplaçant sous l'action du champ E, par unité de longueur parcourue.

Soit encore

$$\frac{I}{q}\alpha_i(E) = \frac{I}{q} g_k E^k \qquad \text{(pour l'unité de surface transversale)}$$

en admettant que le coefficient $\alpha_i(E)$ est le même pour les trous et les électrons (*voir* plus loin).

On peut démontrer l'égalité $g = g_0 + \frac{I}{q} g_k E^k$ de façon plus précise, comme suit :

La propagation est supposée avoir lieu suivant l'axe des x. On considère au point x, y, z un cube de côtés dx, dy, dz et l'on étudie ce qui se passe entre les instants t et $t + dt$, dt étant infiniment petit.

Considérons d'abord les porteurs positifs.

Durant l'intervalle t, $t + dt$ les porteurs positifs animés de la vitesse v_p parcourent la distance $v_p\, dt$.

Si l'on partage l'intervalle dx en sous intervalles positifs d'épaisseur $v_p\, dt$, au bout du temps dt chaque tranche d'épaisseur $v_p\, dt$ aura remplacé celle qui la suivait. Chaque tranche comporte d'autre part un nombre de porteurs positifs égal à $\frac{I_p}{q} dt$.

Le nombre de porteurs positifs situés dans le volume dx, dy, dz et créés dans le temps dt par l'ionisation due aux porteurs positifs se déplaçant de gauche à droite dans le volume dx, dy, dz est :

$$\sum \left(\frac{I_p}{q} dt\right) \overline{v_p\, dt}\, g_k E^k\, dy\, dz$$

la somme portant sur les intervalles $\overline{v_p\, dt}$ contenus dans l'élément de longueur dx. On a donc

$$\sum \left(\frac{I_p}{q} dt\right) \overline{v_p\, dt}\, g_k E^k\, dy\, dz = \frac{I_p}{q} dt\, dx\, g_k E^k\, dy\, dz.$$

Le nombre de porteurs positifs engendrés par le

courant d'électrons se déplaçant de droite à gauche sera de même

$$\frac{I_p}{q}\,dt\,dx\,g_k E^k\,dy\,dz.$$

D'où le nombre total de trous engendrés dans le temps *dt* et dans le volume *dx*, *dy*, *dz* et pour un régime permanent

$$\frac{I}{q}\,g_k E^k\,dx\,dy\,dz\,dt.$$

Il est nécessaire pour faciliter la comparaison des différents termes intervenant dans les équations d'introduire des quantités réduites correspondant à chaque grandeur physique. Ces quantités sont analogues à celles présentées dans une Note antérieure [11].

— Longueur : Celles-ci sont rapportées à la longueur $B = \frac{4\pi q^2}{\varkappa\varepsilon_0}\,\frac{1}{kT}$:

$$\frac{x}{B} = \xi; \tag{2.8}$$

— Champ :

$$G = BE\,\frac{q}{kT}; \tag{2.6}$$

— Intensités :

$$\lambda = \frac{IB^3}{q(D_p + D_n)}; \tag{2.10}$$

— Nombre de porteurs : Ils sont rapportés au volume B^3 et désignés par v pour les trous et u pour les électrons :

$$v = pB^3. \tag{2.11}$$

$$u = nB^3. \tag{2.12}$$

— On pose d'autre part

$$\mu = \frac{D_n}{D_p + D_n}. \tag{2.13}$$

On remarque que μ est pratiquement indépendant de la température.

Dès lors il vient pour les égalités (2.4) et (2.5)

$$vG = \lambda + \mu GG'. \tag{2.4 bis}$$

$$uG = \lambda - (1-\mu)GG'. \tag{2.5 bis}$$

Pour l'égalité (2.3), compte tenu de (2.7)

$$\frac{d}{d\xi}(vG) = \frac{g_0 B^3}{D_p} + \frac{I}{q}\,B^3\,\frac{g_k}{D_p}\,E^k. \tag{2.3 bis}$$

Soit

$$\frac{d}{d\xi}(vG) = \mu\gamma_0 + \mu\gamma_k G^k. \tag{2.14}$$

Avec

$$\gamma_0 = \frac{g_0 B^3}{\mu D_p} \tag{2.15}$$

et

$$\gamma_k = \frac{\lambda B}{\mu(1-\mu)}\left(\frac{kT}{Bq}\right)^k g_k. \tag{2.16}$$

Les deux équations (2.4 *bis*) et (2.14) permettent d'obtenir l'équation différentielle satisfaite par G et ensuite, après intégration, compte tenu des conditions aux limites, les quantités u et v.

2.1.3. **Conditions aux limites.**

Les conditions aux limites seront prises comme suit :

a. Conditions de raccordement au droit du plan P_1. — Pour les obtenir on considère deux plans $P_1^{(-\varepsilon)}$ et $P_1^{(+\varepsilon)}$ situés de part et d'autre de P_1 et comprenant dans l'intervalle $P_1^{(-\varepsilon)}, \ldots, P_1^{(+\varepsilon)}$ la zone à forte recombinaison (*fig.* 2.1).

On remarque que les quasi-niveaux de Fermi φ_p et φ_n varient de façon continue au travers de l'espace $P_1^{(-\varepsilon)}, \ldots, P_1^{(+\varepsilon)}$ étant donné qu'une discontinuité sur l'un des deux, φ_p ou φ_n, entraînerait des intensités de courant de trous ou d'électrons infinies.

Comme le produit np a pour expression

$$np = n_i^2 \exp\frac{\varphi_p - \varphi_n}{kT}, \tag{2.17}$$

on exprimera donc que les produits des densités volumiques sont les mêmes en $P_1^{(-\varepsilon)}$ et $P_1^{(+\varepsilon)}$. D'où la première condition

$$(np)_1^{(-\varepsilon)} = (np)_1^{(+\varepsilon)}. \tag{2.18}$$

La seconde est la continuité des courants de trous et d'électrons, compte tenu du courant de recombinaison électrons-trous, I_R. Il vient dès lors en écrivant seulement la condition relative au courant de trous vu que le courant total est le même à gauche et à droite de P_1 :

$$(I_p)_1^{(-\varepsilon)} = I_R + (I_p)_1^{(+\varepsilon)}. \tag{2.19}$$

Le courant de recombinaison est de la forme

$$I_R = q(rnp - g). \tag{2.20}$$

Ici r et g sont respectivement le taux de recombinaison ambipolaire et le taux de génération de paires électrons-trous pour le volume de recombinaison considéré, de section transversale unité.

A l'équilibre :

$$I_R = 0 \qquad \text{d'où} \qquad r n_i^2 = g. \tag{2.21}$$

n_i étant le nombre de porteurs électrons ou trous existant à la température considérée dans le matériau intrinsèque.

On remarquera d'autre part que I_R est bien défini, vu l'égalité du produit np à gauche et à droite de P_1.

On calculera I_R à partir de l'expression de $(np)_1^{(-\varepsilon)}$.

Pour évaluer celle-ci on considère maintenant le mouvement des porteurs dans la zone p située à gauche de $\mathrm{P}_1^{(-\varepsilon)}$.

On supposera que, à gauche de $\mathrm{P}_1^{(-\varepsilon)}$, la condition de neutralité électrique du semi-conducteur est vérifiée.

On admettra ensuite que la densité de trous existants est voisine de la valeur existant à l'équilibre dans cette région pour la température considérée, soit p_p.

La densité des électrons, par contre, sera très différente de celle existant à l'équilibre et ceux-ci progresseront par diffusion.

Soit b l'excès de densité électronique en P_1 par rapport à celle existant à l'équilibre n_p à la température considérée; le courant électronique s'exprime par la relation connue

$$I_n = q\,\frac{D_n}{L_n}\,b. \tag{2.22}$$

avec

D_n, coefficient de diffusion des électrons à la température considérée;

L_n, longueur de parcours moyen avant recombinaison.

Compte tenu de ce que b est très supérieur à n_p, le produit $(np)_1^{(-\varepsilon)}$ a pour expression

$$(pn)_1^{(-\varepsilon)} = p_p b. \tag{2.23}$$

En se plaçant en quantités réduites v et u, nombre de porteurs relatifs au volume B^3 comme vu plus haut, on aura

$$(vu)_1^{(-\varepsilon)} = n_1 \beta. \tag{2.24}$$

avec

$$n_1 = p_p B^3 \tag{2.25}$$

et

$$\beta = b B^3. \tag{2.26}$$

Le courant I_R devient

$$I_R = qr(np - n_i^2). \tag{2.27}$$

Compte tenu de ce que

$$\left\{\begin{array}{l} p \simeq p_p \qquad \text{et} \qquad p_p n_p = n_i^2, \\ I_R = g r p_p (n - n_p). \end{array}\right. \tag{2.28}$$

Soit

$$I_R = q r p_p b. \tag{2.29}$$

En quantités réduites λ_R et λ_n, il vient

$$\frac{I_R B^5}{q(D_p + D_n)} = \lambda_R = \frac{r B^5}{D_p + D_n}\,p_p\,b = \frac{r}{(D_p + D_n)B^2}\,n_1\beta. \tag{2.30}$$

En posant

$$R = \frac{r}{(D_p + D_n)B^2}, \tag{2.31}$$

$$\lambda_R = R n_1 \beta. \tag{2.32}$$

L'expression (2.22) de I_n devient

$$\frac{I_n B^5}{q(D_p + D_n)} = \lambda_n = \mu\,\frac{\beta}{l_n}, \tag{2.33}$$

avec

$$l_n = \frac{L_n}{B}. \tag{2.34}$$

Avec pour λ_p :

$$\lambda_p = \lambda - \frac{\mu\beta}{l_n}. \tag{2.35}$$

b. Conditions de raccordement en P_2. — En P_2 on écrit que le courant d'électrons est nul. Soit

$$(I_n)_2^{(-\varepsilon)} = 0. \tag{2.36}$$

Cette hypothèse est, à la température de l'air liquide, en accord avec la réalité. En effet pour une zone p très dopée, le nombre d'électrons de conduction est à cette température pratiquement négligeable. Il n'y a pas d'autre part dans cette zone d'ionisation du matériau. Donc en P_2 le courant électronique est pratiquement nul. Le courant électronique prend naissance dans la zone médiane par suite de l'ionisation progressive du matériau et ce sont ces électrons se déplaçant de droite à gauche en sens inverse du courant de trous, qui traversent le plan P_1.

c. Expression des courants de trous et d'électrons dans la zone médiane en variables réduites. — On a

$$I_p = q\mu_p p E. \tag{2.37}$$

$$I_n = q\mu_n n E. \tag{2.38}$$

D'où

$$(2.39)\qquad \lambda_p = \frac{I_p B^4}{q(D_p + D_n)} = q\mu_p \frac{B^4}{q(D_p + D_n)} p E \frac{q}{kT} \frac{kT}{q}.$$

Soit

$$(2.40)\qquad \lambda_p = (1-\mu) v G = (1-\mu)(\lambda + \mu G G').$$

De même

$$(2.41)\qquad \lambda_n = \mu u G = \mu(\lambda - \overline{1-\mu}\, G G').$$

d. Expression des conditions aux limites en variables réduites. — Les conditions aux limites sont donc :

Plan P_1 :

$$(2.42)\qquad \frac{(\lambda + \mu G_1 G'_1)(\lambda - \overline{1-\mu}\, G_1 G'_1)}{G_1^2} = \beta n_1.$$

$$(2.43)\qquad \lambda - \mu \frac{\beta}{l_n} = (1-\mu)(\lambda + \mu G_1 G'_1) + B n_1 \beta.$$

Les indices 1 indiquant que les quantités ont leurs valeurs en P_1.

En éliminant β entre (2.42) et (2.43) on obtient les conditions aux limites pour G :

Plan P_1 :

$$(2.44)\qquad \frac{\lambda + \mu G_1 G'_1}{G_1^2} = \frac{\mu}{B + \dfrac{\mu}{l_n}\dfrac{1}{n_1}};$$

Plan P_2 :

$$(2.45)\qquad \lambda - (1-\mu) G_2 G'_2 = 0.$$

2.1.4. Étude de la fonction G champ électrique réduit dans la zone médiane.

Dans les équations (2.44) et (2.45) figurent comme inconnues les quantités G_1 et G_2. On peut relier G_1 à G_2 par l'étude de G dans la zone médiane.

Pour cela on pose

$$(2.46)\qquad \frac{d}{B} = \varepsilon.$$

Par (2.4 *bis*) et (2.14) on obtient

$$(2.47)\qquad \frac{d}{d\xi}(GG') = \gamma_0 + \gamma_k G^k$$

ou encore

$$(2.48)\qquad GG'' + G'^2 = \gamma_0 + \gamma_k G^k.$$

En posant

$$(2.49)\qquad G'(\xi) = F(G),$$

il vient

$$(2.50)\qquad G^2 F F' + G F^2 = (\gamma_0 + \gamma_k G^k) G,$$

(2.51)

Avec

$$(2.52)\qquad GG' = FG = \theta,$$

$$(2.53)\qquad \theta\theta' = \gamma_0 G + \gamma_k G^{k+1}.$$

D'où

$$(2.54)\qquad \theta^2 = \gamma_0 G^2 + \frac{2\gamma_k}{k+2} G^{k+2} + C_1.$$

$$(2.55)\qquad GG' = \pm\sqrt{\gamma_0 G^2 + \frac{2\gamma_k}{k+2} G^{k+2} + C_1}.$$

On remarque au passage que d'après (2.54) on doit avoir toujours

$$(2.56)\qquad \gamma_0 G^2 + \frac{2\gamma_k}{k+2} G^{k+2} + C_1 \geq 0.$$

a. Cas ou G' ne s'annule pas dans la zone médiane. — Si l'on admet (*voir* plus loin) que la dérivée du champ ne s'annule pas dans l'intervalle $0 \leq \xi \leq \varepsilon$ et que celui-ci augmente constamment, on a par l'égalité (2.55)

$$(2.57)\qquad \int_{G_1}^{G} \frac{G\, dG}{\sqrt{\gamma_0 G^2 + \dfrac{2}{k+2}\gamma_k G^{k+2} + C_1}} = \xi.$$

Soit entre G_1 et G_2 la seconde relation

$$(2.58)\qquad \int_{G_1}^{G_2} \frac{G\, dG}{\sqrt{\gamma_0 G^2 + \dfrac{2}{k+2}\gamma_k G^{k+2} + C_1}} = \varepsilon.$$

On dispose donc de trois relations entre G_1, G_2 et C_1 permettant le calcul de ces quantités et la détermination complète du système physique. La tension réduite sera

$$(2.59)\qquad V = \int_0^{\varepsilon} G(\xi)\, d\xi.$$

La fonction $G(\xi)$ étant la fonction inverse de $\xi(G)$ donnée par (2.57). Il est clair que la tension correspondant à un courant donné ne peut être exprimée de façon simple, l'intégrale intervenant dans les égalités (2.57) et (2.58) ne pouvant s'exprimer pour les valeurs de k utilisées (*voir* plus loin) au moyen de fonctions connues.

b. Cas ou G' s'annule dans la zone médiane. — On a supposé dans ce qui vient d'être dit que la dérivée G' ne s'annulait pas dans l'intervalle $0 \leq \xi \leq \varepsilon$.

Dans le cas contraire, le processus est différent. On part du point, à première vue inconnue ξ_0, de l'intervalle $0 \leq \xi \leq \varepsilon$ où le champ a une valeur minimum, soit G_0. On remarque que d'après l'égalité (2.48) quand $G' = 0$, G'' est positive. On observe un minimum du champ.

La condition (2.45) impose d'autre part à G'_2 une valeur positive (G_2 positif en P_2). Donc, en admettant que G_2 croisse de façon continue pour $\xi_0 \leq \xi \leq \varepsilon$, on a $G_0 < G_2$. Dès lors (2.45) donne $G_2(G_0)$. On a

$$\xi_0 \leq \xi \leq \varepsilon : \quad GG' \geq 0. \tag{2.60}$$

Dans l'intervalle $0 \leq \xi \leq \xi_0$, en admettant que G décroisse de façon continue $G_1 > G_0$. On a

$$0 \leq \xi \leq \xi_0 : \quad GG' \leq 0. \tag{2.61}$$

La condition (2.44) donne G_1 en fonction de G_0. On a donc les égalités

$$\varepsilon - \xi_0 = \int_{G_0}^{G_2(G_0)} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)} > 0, \tag{2.62}$$

$$\xi_0 = \int_{G_1(G_0)}^{G_0} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)} > 0, \tag{2.63}$$

avec pour déterminer G_0 :

$$\varepsilon = \int_{G_0}^{G_2(G_0)} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)} + \int_{G_1(G_0)}^{G_2} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)}. \tag{2.64}$$

Connaissant G_0 on en déduit ξ_0 et le potentiel réduit

$$Y = \int_{G_1}^{G_2} G(\xi)\, d\xi, \tag{2.65}$$

en intégrant suivant le parcours G_1, G_0, G_2.

La fonction $G(\xi)$ intervenant dans Y est la fonction inverse de $\xi(G)$ fournie suivant l'intervalle où se trouve ξ par les égalités

$$0 \leq \xi \leq \xi_0 : \quad \xi = \int_{G_1(G_0)}^{G_0} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)}, \tag{2.66}$$

$$\xi_0 \leq \xi \leq \varepsilon : \quad \xi - \xi_0 = \int_{G_0}^{G} \frac{dG}{G'(G_1, G_0)}. \tag{2.67}$$

On donnera un peu plus loin la méthode pratique de conduite des calculs.

2.1.5. Détermination des coefficients g_k, γ_k, B, λ, μ, γ_0, n_1, l_n, R.

On indiquera maintenant les valeurs numériques des coefficients intervenant dans les égalités précédentes.

a. Détermination de g_k et γ_k et des quantités B, λ, μ. — Pour le calcul de g_k et γ_k on utilise les résultats de Mac Kay [12] et Miller [13].

Mac Kay suppose en première approximation que les coefficients d'ionisation des trous et des électrons sont les mêmes, leur valeur commune étant $\alpha_i(E) = \beta_i(E)$. Il recherche la forme analytique de la fonction $\alpha_i(E)$ en étudiant le facteur de multiplication $M(V)$ d'une jonction abrupte *p-n*, travaillant en inverse sous la tension V. Plus précisément donc, $M(V)$ est le facteur de multiplication des porteurs minoritaires provenant de la zone à forte résistivité (on utilise une zone à forte résistivité pour localiser la barrière de Schottky à l'intérieur de cette zone) de la jonction en « escalier » (step junction), quantité qui peut être mesurée expérimentalement et dont la dépendance en fonction de V s'exprime avec une très bonne approximation (résultat expérimental) par la loi

$$M(V) = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_B}\right)^n}. \tag{2.68}$$

La tension V_B figurant dans cette expression, est égale à la tension de rupture (breakdown voltage) pour laquelle M devient infini. Le coefficient n est fonction du matériau cristallin utilisé (ici le germanium) Il est aussi fonction du type de la zone à forte résistivité. D'après Miller, il y a là une indication conduisant à penser que le taux d'ionisation des trous est différent de celui des électrons contrairement à ce qu'avait supposé Mac Kay dans son étude. Miller admet donc *a priori* qu'on a $\alpha_i(E) \neq \beta_i(E)$. Les taux sont alors $\alpha_i(E)$ pour les électrons et $\beta_i(E)$ pour les trous.

La détermination de ces fonctions de E seul pour chaque type de porteur, se fait au moyen de deux jonctions dites « complémentaires » c'est-à-dire avec un dopage effectif égal pour les deux zones à forte résistivité. Dans ces conditions, compte tenu des expressions de $M(V)$ pour chacune des deux jonctions complémentaires qui ont chacune la forme donnée plus haut, on obtient un système de deux équations intégrales pour $\alpha_i(E)$ et $\beta_i(E)$ qui ne permet pas d'obtenir pour ceux-ci une expression simple. L'intégration numérique montre d'autre part que les valeurs de $\alpha_i(E)$ et $\beta_i(E)$, dans le domaine où la multiplication est sensible ne sont pas très différentes, justifiant ainsi l'hypothèse de Mac Kay qui avait posé $\alpha_i(E) = \beta_i(E)$. Dans ce qui suit on supposera donc $\alpha_i = \beta_i$, hypothèse qui est, comme on vient de le voir, en assez bon accord avec l'expérience et qui a par ailleurs le mérite de conduire à une expression relativement simple de $\alpha_i(E)$. L'étude du modèle ci-dessus défini qui sert de base aux développements de Mac Kay permet d'écrire

$$\alpha_i(E) = \frac{2}{W_1^2} \frac{d}{dE} \left(\frac{E}{E_B}\right)^{2n}, \tag{2.69}$$

avec

$$W_1 = \left(\frac{\frac{\varkappa}{2\pi q}}{N_d - N_a} \right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (2.70)$$

$$E_B^2 = \frac{4 V_B}{W_1^2}. \qquad (2.71)$$

Expressions où

$N_d - N_a$ est le dopage effectif de la zone à forte résistance;

$\varkappa$, constante diélectrique du milieu ($\varkappa = 16$ pour le germanium);

V_B, tension de rupture.

W_1 peut encore s'écrire

$$W_1 = \left(\frac{1{,}77.10^9}{N_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{B}{N_1^{0,5}} \quad (\text{M. K. S. C.}). \qquad (2.72)$$

avec $N_a - N_d = N_1$ exprimé en nombre par mètre cube.

B est fonction de la seule nature du cristal et indépendante du dopage effectif en impuretés de la zone résistive.

D'où pour $\alpha_i(E)$:

$$\alpha_i(E) = \frac{n}{4^{n-1}} B^{2n-2} \frac{1}{C} E^{2n-1}, \qquad (2.73)$$

avec

$$C = V_B^n N_1^{n-1}. \qquad (2.74)$$

La quantité C doit être, comme B, constante pour un cristal d'un type donné et indépendante du dopage en impuretés de la zone résistante. Sa valeur est donnée par les résultats expérimentaux. Cette quantité, le dopage en impuretés, n'intervient en effet que comme un paramètre auxiliaire nécessaire pour la détermination de $\alpha_i(E)$ mais doit disparaître du résultat final, étant donné que α_i ne dépend que du champ E et du type de la structure cristalline du milieu.

En utilisant les résultats de Miller (valables pour le germanium) portés, dans l'article vu plus haut, sur la figure 6 (p. 1238), on obtient

$$\frac{n-1}{n} = 0{,}725. \qquad (2.75)$$

D'où

$$n = 3{,}6. \qquad (2.76)$$

La quantité C est bien constante, égal à $1{,}75.10^{62}$ et conduit à la relation

$$\alpha_i(E) = 0{,}75.10^{-39} E^{6,2} \quad (\text{M. K. S. C.}). \qquad (2.77)$$

$\alpha_i(E)$ étant le nombre de paires électrons-trous produites par un électron ou un trou se mouvant sous l'action du champ E, par mètre parcouru, le champ étant exprimé en volts par mètre.

Cette expression donne pour $\alpha_i(E)$ des valeurs

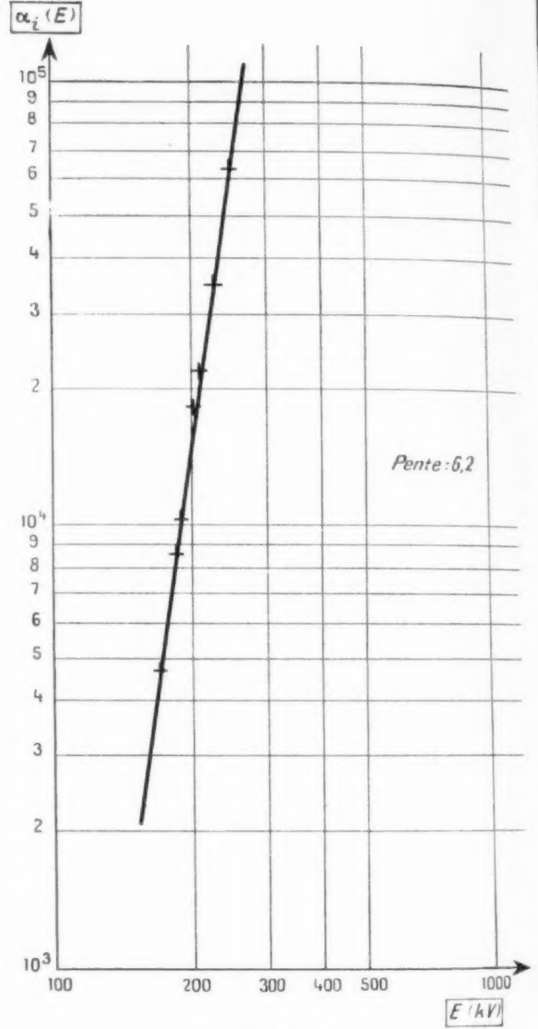


Fig. 2.2.

en bon accord avec les courbes de Miller (même article, p. 1240, *fig.* 8).

On a donc à la température ordinaire (300° K)

$$g_k = 0{,}75.10^{-39} \qquad (2.78)$$
$$k = 6{,}2 \qquad (2.79)$$
M. K. S. C.

Ces valeurs de l'exposant et du coefficient g_k sont en accord avec la courbe de la figure 2.2 tracée d'après les résultats de Miller.

On admettra pour l'instant que $\alpha_i(E)$ ne varie pas trop en fonction de la température en accord les résultats expérimentaux de Mac Kay et Miller. Ce point sera repris plus loin.

On note ici que le résultat de Miller ne fait appel à aucune expression particulière de la mobilité des porteurs d'une part et d'autre part est basé sur l'étude d'un modèle théorique où l'on suppose à tout instant la charge d'espace négligeable, ce qui est peut-être discutable dès l'instant que l'ionisation est très forte. Sur la figure 2.2 qui traduit les résultats expérimentaux, les champs sont de l'ordre de 2.10^5 à 3.10^5 V/cm. Les vitesses des porteurs ne satisfont probablement plus, pour des champs aussi élevés, à la loi d'Ohm. L'égalité (2.77) valable pour des champs élevés est peut-être plus discutable pour des champs faibles, pour lesquels la loi d'Ohm est satisfaite. En ce qui concerne l'étude actuelle, les champs existant au sein de la structure étant très élevés, de l'ordre d'une fraction des valeurs précédentes (voir plus loin) l'expression (2.77) est bien utilisable avec (2.78) et (2.79). On admettra qu'elle restera valable à champ faible, ce qui ne doit pas introduire d'erreur très importante.

On déduit γ_k par la relation (2.16) connaissant B, λ et μ. Or, d'après (2.8) :

$$B = \frac{4\pi q^2}{\kappa\varepsilon_0}\,\frac{1}{kT}. \tag{2.8}$$

Soit à la température de l'air liquide, prise égale à $T = 80°$ K,

$$B = 1{,}64.10^{-7}\ \text{m}. \tag{2.80}$$

On a d'après (2.13)

$$\mu = \frac{D_n}{D_p + D_n} = \frac{\mu_n}{\mu_p + \mu_n}.$$

A champ faible on peut prendre pour μ_p et μ_n les valeurs [14]

$$\text{Germanium}\quad \mu_n = 19.10^6\, T^{-\frac{3}{2}}\ \ (\text{cm/s/V/cm}). \tag{2.81}$$

$$\text{»}\quad \mu_p = 8.9.10^6\, T^{-\frac{3}{2}}\ \ (\text{cm/s/V/cm}). \tag{2.82}$$

On voit que μ est assez indépendant de la température dans la gamme étudiée.

On a alors pour les champs faibles

$$\mu = 0{,}68. \tag{2.83}$$

Pour les valeurs de champ plus élevées, de l'ordre de 10^5 V/cm, si l'on admet d'après les résultats de Ryder une vitesse de l'ordre de 10^7 cm/s, les coefficients précédents doivent être approximativement divisés par 120. On supposera de plus qu'à ce moment, $\mu_n = \mu_p$. D'où

$$\mu = 0{,}50, \tag{2.84}$$

valeur qui sera retenue par la suite.

Avec pour μ_n et μ_p,

$$\mu_n = \mu_p = 2{,}25.10^2\ \text{cm/s/V cm}.$$

Dès lors d'après (2.16) et (2.84) :

$$\gamma_k = 2{,}26.10^{-17}\lambda. \tag{2.85}$$

En ce qui concerne λ, on a comme déjà vu

$$\lambda = \frac{IB^3}{q(D_p + D_n)},$$

ce qui à champ élevé donne

$$\lambda = 200\, I\ \ (\text{A/mm}^2), \tag{2.86}$$

I étant exprimé en ampères par millimètre-carré et la température étant supposée être celle de l'air liquide.

Rappelons encore que cette valeur de γ_k est calculée en supposant que pour les valeurs de E rencontrées $\alpha_i(E)$ varie peu en fonction de la température.

b. Détermination de γ_0. — On recherchera seulement un ordre de grandeur de γ_0.

On voit que γ_0 est très inférieur à γ_k et que le terme γ_0 est négligeable devant $\gamma_k G^k$ pour la gamme de G intéressante.

On considère du germanium intrinsèque à la température de l'air liquide $T = 80°$ K. Le nombre de porteurs par centimètre cube est le même pour chaque type et égal à

$$n_i = 4{,}82.10^{15}\, T^{\frac{3}{2}} \left(\frac{m_n m_p}{m_0^2}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{\mathcal{E}_G}{2kT}}\ \ (\text{cm}^{-3}). \tag{2.87}$$

Expression dans laquelle :

$\frac{m_n}{m_0}$ est le quotient de la masse effective de l'électron par sa masse réelle;

$\frac{m_p}{m_0}$ est le quotient de la masse effective du trou par sa masse réelle;

$\mathcal{E}_G$ est la distance énergétique des bandes de valence et de conduction.

A $T = 80°$, avec

$$\frac{m_n}{m_0} = 0{,}25, \qquad \frac{m_p}{m_0} \simeq 1, \qquad \mathcal{E}_G = 0{,}72\ \text{eV}.$$

on obtient

$$n_i = 0,53.10^{-4}\ \text{cm}^{-3}. \qquad (2.88)$$

Soit dans le système M.K.S. où l'on s'est placé dans cette étude :

$$n_i = 0,53.10^{2}\ \text{m}^{-3}. \qquad (2.89)$$

En admettant pour un couple électron-trou ($\tau_n = \tau_p = \tau$) une durée de vie de l'ordre de la milliseconde, il vient pour g_0 :

$$g_0 = \frac{n_i}{\tau} = \frac{0,53.10^{2}}{10^{-3}} = 0,53.10^{5}. \qquad (2.90)$$

L'expression de γ_0 est

$$\gamma_0 = \frac{g_0 B^5}{\mu D_p}. \qquad (2.91)$$

Soit

$$\gamma_0 = 10^{-25}. \qquad (2.92)$$

L'expression de $\gamma_k G^k$ était

$$\gamma_k G^k = 2,26.10^{-17} \times \lambda \times G^{6,2}. \qquad (2.93)$$

Les tensions à partir desquelles, sur le montage étudié, on observe une ionisation progressive du matériau sont telles que G et λ seront toujours nettement supérieurs ou de l'ordre de l'unité, comme on le verra plus loin. On voit donc qu'on aura toujours

$$\gamma_k G^k \gg \gamma_0, \qquad (2.94)$$

ce qui a été supposé plus haut.

On négligera donc le terme en γ_0 dans l'intégration du système différentiel.

c. Détermination de n_1 et l_n. — La détermination du nombre de porteurs unitaires de chaque type, dans une zone de type p, à la température de l'air liquide est réalisée, de façon classique, en écrivant la condition de neutralité du matériau à la température considérée, soit

$$n + (N_a - p_a) = p. \qquad (2.95)$$

Expression dans laquelle les quantités n, N_a, p_a et p sont relatives à l'unité de volume et ont les significations suivantes :

n, nombre d'électrons présents dans la bande de conduction;

p, nombre de trous présents dans la bande de valence;

p_a, nombre de trous fixés sur les centres accepteurs;

N_a, nombre de centres accepteurs.

En écrivant la condition d'équilibre sous la fome (2.95) on suppose qu'il n'y a pas de centres donneurs ou plutôt que le nombre de ceux-ci est très inférieur à N_a. Cette hypothèse n'introduit pas, à la température de l'air liquide, une grosse erreur. En supposant que $N_a = 10^{18}$ cm ^{3}, valeur qui est prise uniquement à titre d'exemple, on a pour expression de n, p, p_a et N_a :

$$n = 0,43.10^{18} \exp\left[-\frac{\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_F}{kT}\right], \qquad (2.96)$$

$$N_a = 10^{18}\ \text{cm}^{-3}, \qquad (2.97)$$

$$p = 3.44.10^{18} \frac{1}{1 + \exp\left[\dfrac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_v}{kT}\right]}, \qquad (2.98)$$

$$p_a = 10^{18} \frac{1}{1 + \exp\left[\dfrac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_a}{kT}\right]}. \qquad (2.99)$$

Avec pour le germanium les valeurs couramment admises des niveaux d'énergie :

$$\mathcal{E}_c = +0,36\ \text{eV}, \qquad (2.100)$$

$$\mathcal{E}_v = -0,36\ \text{eV}, \qquad (2.101)$$

$$\mathcal{E}_a = -0,32\ \text{eV}; \qquad (2.102)$$

$\mathcal{E}_F$ niveau de Fermi déterminé par (2.95).

En posant

$$\exp\left[\frac{\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_v}{kT}\right] = x. \qquad (2.103)$$

Il vient pour l'égalité (2.95)

$$1 = 3,44 \frac{1}{1 + x} + \frac{1}{1 + \dfrac{x}{304}}. \qquad (2.104)$$

Cette équation admet pour racine $x = 33,5$. D'où

$$p = 10^{17}\ \text{cm}^{-3}. \qquad (2.105)$$

On évaluerait de même la valeur de p à la température de l'air liquide correspondant à des valeurs de N_a différentes de 10^{18} cm ^{3}.

D'où pour n_1 avec $p = 10^{17}$ cm ^{3},

$$n_1 = p B^3 = 440. \qquad (2.106)$$

Pour calculer l_n il faut connaître la durée de vie moyenne des porteurs minoritaires dans la zone p ci-dessus étudiée. Elle est difficile à connaître dans le cas où $N_a = 10^{18}$. On prendra assez arbitrairement $\tau_n = 10^{-6}$ s, ordre de grandeur acceptable.

Le coefficient D_n a pour valeur à la température de l'air liquide :

$$D_n = 1,5.10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}. \qquad (2.107)$$

D'où pour la longueur de diffusion réelle :

(2.108) $$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 1.2.10^{-5}\ \mathrm{m}.$$

c'est-à-dire

(2.109) $$l_n = \frac{L_n}{B} = 0,68.10^2.$$

d. Détermination de R. — En fait R est mal connu et la détermination devra être faite *a posteriori* par adaptation aux résultats expérimentaux; on peut toutefois en rechercher *a priori* un ordre de grandeur :

(2.110) $$R = \frac{r}{(D_p + D_n) B^2}.$$

Compte tenu de ce que, à $T = 80°$ K,

$$D_n + D_p = 2,22.10^{-4}\ \mathrm{m^2/s},$$

on a

(2.111) $$R = 1,67.10^{17}\, r.$$

Pour obtenir un ordre de grandeur de r on calculera sa valeur avec du germanium intrinsèque pour lequel la durée de vie du couple électron-trou peut atteindre $\tau = 10^{-3}$ s et à la température de 300° K.

Pour $T = 300°$ K, on a avec la relation (2.87)

(2.112) $$n_i = 8,87.10^{12}\ \mathrm{cm^{-3}} = 8,87.10^{18}\ \mathrm{m^{-3}}.$$

D'où

$$g = \frac{n_i}{\tau} = 8,87.10^{15}\ \mathrm{cm^{-3}}.$$

Soit

(2.113) $$g = 10^{22}\ \mathrm{m^{-3}}.$$

Il vient pour r la valeur

(2.114) $$r = \frac{g}{n_i^2} = \frac{1}{\tau n_i} = 0,113.10^{-15}.$$

Les relations (2.111) et (2.114) précisent un ordre de grandeur possible de la valeur de R, qui peut être élevée.

2.1.6. **Méthode d'intégration numérique.**

On distinguera deux cas suivant que G' s'annule ou ne s'annule pas dans la zone médiane.

A. $G' \neq 0$ en tous les points de la zone médiane. — On pose

$$\frac{2}{k+2}\gamma_k = \lambda\Gamma_k.$$

Il vient, compte tenu des ordres de grandeurs de γ_0 et γ_k vus plus haut :

(2.115) $$GG' = \pm\sqrt{\lambda\Gamma_k G'^2 + C_1}.$$

La condition aux limites dans le plan P_2 donne $G'_2 > 0$.

Donc on prend la détermination positive de (2.115), soit

(2.116) $$GG' = \sqrt{\lambda\Gamma_k G'^2 + C_1}.$$

La condition en P_2 donne

(2.117) $$C_1 + \lambda\Gamma_k G'^2 = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2.$$

D'où, pour GG' :

(2.118) $$GG' = \sqrt{\lambda\Gamma_k(G'^2 - G_2'^2) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2}.$$

Pour que l'égalité (2.118) ait un sens, il faut

(2.119) $$\lambda\Gamma_k(G'^2 - G_2'^2) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 \geq 0.$$

La condition aux limites dans le plan P_1 donne

(2.120) $$\lambda + \mu\sqrt{\lambda\Gamma_k(G_1'^2 - G_2'^2) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2} = \frac{\mu}{R + \frac{\mu}{l_n}\frac{1}{n_1}} G_1^2,$$

ce qui suppose

(2.121) $$\frac{G_1^2}{Q} \geq \frac{\lambda}{\mu},$$

avec

(2.122) $$Q = R + \frac{\mu}{l_n}\frac{1}{n_1}.$$

Si les conditions (2.119) et (2.121) sont réalisées, on obtient par (2.120)

(2.123) $$G_2'^2 - G_1'^2 = \frac{1}{\lambda\Gamma_k}\left\{\frac{(2\mu-1)\lambda^2}{\mu^2(1-\mu)^2} + \frac{2\lambda}{\mu}\frac{G_1^2}{Q} - \frac{G_1^4}{Q^2}\right\}.$$

La quantité entre crochets doit satisfaire d'après ce qu'on vient de voir aux inégalités

(2.124) $$0 \leq \frac{2\mu-1}{\mu^2(1-\mu)^2}\lambda^2 + \frac{2\lambda}{\mu}\frac{G_1^2}{Q} - \frac{G_1^4}{Q^2} \leq \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2.$$

Si l'on pose

(2.125) $$\frac{G_1^2}{\lambda Q} = x,$$

la double condition (2.124) devient

(2.126) $$0 \leq \frac{2\mu-1}{\mu^2(1-\mu)^2} + \frac{2}{\mu}x - x^2 \leq \left(\frac{1}{1-\mu}\right)^2.$$

Cette double inégalité est toujours vérifiée pour

$$0 \leq x \leq \frac{1}{\mu(1-\mu)}, \tag{2.127}$$

donc *a fortiori* quand (2.121) est satisfaite.

On peut procéder comme suit : on se donne λ et Q. On prend une valeur de x. D'où G_1 par (2.125), d'où G_2 par (2.123). D'où GG' par (2.118). On forme alors la quantité

$$\int_{G_1}^{G_2} \frac{G\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\Gamma_k \lambda (G^{8,2} - G_2^{8,2}) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2}} = \varepsilon. \tag{2.128}$$

Elle doit être égale à la largeur réduite de la zone médiane ε. S'il n'en est pas ainsi, on reprend le calcul avec une autre valeur de x jusqu'à obtention de l'égalité (2.128).

On peut ainsi calculer la tension réduite Υ correspondant à la valeur donnée du courant et pour le coefficient Q choisi :

$$\Upsilon = \int_{G_1}^{G_2} G \frac{\mathrm{d}G}{G'}. \tag{2.129}$$

On remarque qu'au moment où (2.121) est une égalité, le champ est stationnaire en P_1.

B. G' S'ANNULE EN UN POINT DE LA ZONE MÉDIANE. — Soit ξ_0 la valeur de l'abscisse pour laquelle $G = G_0$. On a vu qu'on a alors $G''(\xi_0) > 0$.

On considère deux intervalles :

a. $\xi_0 \leq \xi \leq \varepsilon$, $G' > 0$:

$$GG' = \sqrt{\Gamma_k \lambda G^{8,2} + C_1}; \tag{2.130}$$

$G' = 0$ pour $G = G_0$; d'où $C_1 = -6,4.10^{-16} \lambda G_0^{8,2}$

et

$$GG' = \sqrt{\Gamma_k \lambda (G^{8,2} - G_0^{8,2})}. \tag{2.131}$$

La condition aux limites en P_2 donne

$$\Gamma_k \lambda (G_2^{8,2} - G_0^{8,2}) = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2. \tag{2.132}$$

b. $0 \leq \xi \leq \xi_0$, $G' < 0$. Tenant compte de ce que $G' = 0$ pour $G = G_0$, il vient

$$GG' = -\sqrt{\Gamma_k \lambda (G^{8,2} - G_0^{8,2})}. \tag{2.133}$$

La condition aux limites en P_1 donne

$$\frac{\lambda}{\mu} - \sqrt{\Gamma_k \lambda (G_1^{8,2} - G_0^{8,2})} = \frac{G_1^2}{Q}, \tag{2.134}$$

qui suppose

$$\frac{G_1^2}{Q} < \frac{\lambda}{\mu}. \tag{2.135}$$

Elle définit G_1 en fonction de G_0,

$$\left(\frac{\lambda}{\mu} - \frac{G_1^2}{Q}\right)^2 = \Gamma_k \lambda (G_1^{8,2} - G_0^{8,2}) \tag{2.136}$$

qui admet une solution sous réserve que

$$\frac{G_0^2}{Q} < \frac{\lambda}{\mu}. \tag{2.137}$$

On peut voir que si (2.137) est satisfaite, (2.135) l'est aussi.

On part alors de G_0 pour Q et λ donnés tels que (2.137) soit satisfaite.

On en déduit G_1 et G_2 par (2.136) et (2.132) et l'on vérifie que G_0 satisfait l'égalité (2.64), à savoir

$$\int_{G_0}^{G_2(G_0)} \frac{\mathrm{d}G}{G'(G_1 G_0)} + \int_{G_1(G_0)}^{G_0} \frac{\mathrm{d}G}{G'(G_1 G_0)} = \varepsilon, \tag{2.64}$$

sinon on recommence avec une autre valeur initiale de G_0.

On en déduit la tension réduite Υ correspondant aux valeurs données du courant et du coefficient Q, soit

$$\Upsilon = \int_{G_1}^{G_2} G \frac{\mathrm{d}G}{G'} \tag{2.138}$$

sur le parcours G_1, G_0, G_2.

2.1.7. Vérification de l'existence d'une résistance dynamique négative, au moyen du modèle proposé.

Dans ce qui précède on a précisé la méthode de calcul qui permet de résoudre le système (2.44), (2.45), (2.57). L'intégrale (2.57) ne peut être obtenue de façon simple au moyen des fonctions classiques étant donné la valeur de l'exposant k qui a été prise égale à 6,2 en accord avec les résultats de Miller. On peut penser d'autre part que si les calculs précédents peuvent conduire à une résistance négative, ce fait n'est sans doute pas lié à une valeur particulière de k mais plutôt à ce que γ_i est proportionnel au courant (2.16) et (2.85). C'est pourquoi on va étudier dans ce paragraphe le cas où $k = 2$, qui permet une intégration au moyen des fonctions connues.

Bien entendu cela suppose une modification de la valeur de g_k, soit une valeur g_2, qui devra être déterminée, comme on le verra, au moyen des résultats expérimentaux, sans toutefois que cela conduise à de trop grands écarts sur les valeurs des taux d'ionisation pour les champs considérés. On met

ainsi en évidence la modification progressive des champs au fur et à mesure de l'accroissement du courant et la raison pour laquelle la tension passe par un maximum après lequel apparaît la résistance dynamique négative.

Enfin, en annexe, on a repris l'étude du cas général et l'on montre l'existence d'une portion de caractéristique à pente négative pour une valeur quelconque de l'exposant k.

Les équations de base et les conditions aux limites qu'on utilise ici sont les mêmes que celles écrites dans la première partie du chapitre.

Les constantes B, λ, μ, γ_0, l_n, n_1, R ont les mêmes valeurs. Seules diffèrent les quantités k, g_k et γ_k. On posera

$$\frac{2}{k+2}\gamma_k = \frac{1}{2}\gamma_2 = \lambda\Gamma_2 = \lambda\Gamma, \tag{2.139}$$

$$k = 2. \tag{2.140}$$

La quantité γ_2 reste toujours proportionnelle au courant.

L'intérêt de prendre un exposant égal à 2 est qu'on peut alors avoir une expression complète et d'un maniement assez simple de certaines intégrales définies, ce qui n'est plus le cas dès que k est supérieur à 2.

On voit ici qu'avec les équations de bases prises sous la forme (2.1), (2.2), (2.3) les quantités qui devront être du même ordre de grandeur pour les valeurs élevées des champs (approximation relative aux taux d'ionisation) sont

$$\lambda\Gamma G^{k+2} = \frac{2\gamma_k}{k+2} G^{k+2} \quad \text{et} \quad \lambda\Gamma G^4.$$

Dans le cas où les équations de base sont écrites avec les égalités (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*) et $n = 2$, cas développé dans l'annexe II, les quantités qui doivent être du même ordre à champ élevé sont $\frac{\gamma_k}{k+\frac{3}{2}} G^{k+\frac{3}{2}}$ et $\lambda\Gamma G^3$, ce qui rend l'approximation un peu moins bonne vu que la différence des puissances de G est plus élevée dans ce cas que dans le premier.

On partira des mêmes équations de départ que précédemment.

A. Expression des conditions aux limites. — *a.* Entre G_1 et G_2 champs en $P_{1+\varepsilon}$ et $P_{2-\varepsilon}$ on a la relation (2.58) qui devient, compte tenu de (2.139) et (2.140) :

$$\int_{G_1}^{G_2} \frac{G\,dG}{\sqrt{\lambda\Gamma G^4 + C_1}} = \varepsilon. \tag{2.141}$$

Étant donné qu'on a encore l'inégalité (2.94), à savoir

$$\gamma_k G^k > \gamma_0. \tag{2.94}$$

L'intégrale définie figurant au premier membre de (2.141) est calculable. Elle donne

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda\Gamma}} \operatorname{Log} \frac{G_2^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{G_2^4\lambda\Gamma + C_1}}{G_1^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{G_1^4\lambda\Gamma + C_1}} = 2\varepsilon \tag{2.142}$$

ou encore

$$\frac{G_2^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{C_1 + \lambda\Gamma G_2^4}}{G_1^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{C_1 + \lambda\Gamma G_1^4}} = e^{2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}. \tag{2.143}$$

b. La condition aux limites en P_2 était

$$\lambda\Gamma G_2^4 + C_1 = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2, \tag{2.44}$$

d'où l'expression permettant le calcul de la dérivée du champ dans la zone médiane

$$GG' = \sqrt{\lambda\Gamma(G^4 - G_2^4) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2}. \tag{2.144}$$

c. En P_1 on a

$$\lambda + \mu\sqrt{\lambda\Gamma(G_1^4 - G_2^4) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2} = \frac{\mu}{Q} G_1^2. \tag{2.45}$$

Ce qui suppose la réalisation simultanée de (2.121) et (2.127), c'est-à-dire

$$\frac{1}{\mu} \leq \frac{G_1^2}{\lambda Q} \leq \frac{1}{\mu(1-\mu)}. \tag{2.145}$$

En élevant au carré

$$\lambda\Gamma(G_1^4 - G_2^4) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 = \left(\frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2. \tag{2.146}$$

D'où finalement

$$G_2^4 - G_1^4 = \frac{1}{\lambda\Gamma}\left\{\frac{2\mu-1}{\mu^2(1-\mu)^2}\lambda^2 + \frac{2\lambda}{\mu}\frac{G_1^2}{Q} - \frac{G_1^4}{Q^2}\right\}. \tag{2.147}$$

On doit avoir

$$0 \leq \frac{2\mu-1}{\mu^2(1-\mu)^2}\lambda^2 + \frac{2\lambda}{\mu}\frac{G_1^2}{Q} - \frac{G_1^4}{Q^2} \leq \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2. \tag{2.148}$$

En posant comme déjà vu

$$\frac{G_1^2}{\lambda Q} = x, \tag{2.125}$$

il faut

$$0 \leq \frac{2\mu-1}{\mu^2(1-\mu)^2} + \frac{2}{\mu}x - x^2 \leq \left(\frac{1}{1-\mu}\right)^2. \tag{2.126}$$

La première inégalité est satisfaite pour

$$0 \leq x \leq \frac{1}{\mu(1-\mu)}. \tag{2.127}$$

La seconde est toujours satisfaite (*fig.* 2.2). Toutefois, pour $x = \frac{1}{\mu}$, on a une égalité, soit

$$(2.149) \qquad \frac{2\mu - 1}{\mu^2(1-\mu)^2} + \frac{2}{\mu}x - x^2 = \left(\frac{1}{1-\mu}\right)^2,$$

c'est-à-dire puisque

$$(2.144) \qquad GG' = \sqrt{\lambda\Gamma(G^4 - G_2^4) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2},$$

$$(2.150) \qquad G'_1 = 0.$$

Autrement dit, le champ électrique est stationnaire en P_1.

Si λ_0 désigne l'intensité de courant qui donne $G'_1 = 0$, on voit que pour $\lambda > \lambda_0$ il existe un minimum de champ dans la zone médiane; on est alors dans le cas B traité au paragraphe 2.1.6.

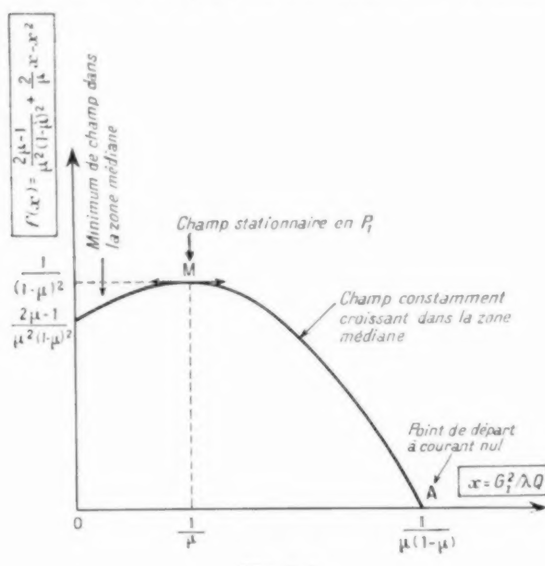


Fig. 2.3.

On remarque d'autre part que le point à courant nul, correspondant à $G_1 = G_2 = 0$, est représenté sur la courbe de la figure 2.3 par A. D'autre part G_1 est, pour les faibles valeurs de λ, proportionnel à λ.

La portion de courbe AM de la figure 2.3 est décrite à courant croissant de A vers M. En M, $\lambda = \lambda_0$, $G'_1 = 0$ et λ croissant au-delà de λ_0, un second régime apparaît avec un minimum de champ électrique dans la zone médiane. Ce régime est lié comme on le verra à une résistance dynamique négative ([1]).

([1]) La résistance dynamique négative apparaît peut-être en réalité un peu après M (*voir* les expressions données plus loin).

B. Étude du premier régime. — *G' ne s'annule en aucun point de la zone médiane.*

a. Calcul de G_1 et G_2. — On dispose maintenant pour calculer G_1 et G_2 des égalités (2.143) et (2.146) qu'on écrit ici, compte tenu de (2.44) :

$$(2.151) \qquad \frac{G_2^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \frac{\lambda}{1-\mu}}{G_1^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}} = e^{2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}},$$

$$(2.152) \qquad \lambda\Gamma G_2^4 - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 = \lambda\Gamma G_1^4 - \left(\frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2.$$

D'où, pour expression de G_1^2 :

$$(2.153) \qquad G_1^2 = \frac{\lambda}{1-\mu}\,\frac{\frac{1-\mu}{\mu} + \frac{1}{\operatorname{ch} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}}{\frac{1}{Q} + \sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{th} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}$$

et pour G_2^2 :

$$(2.154) \qquad G_2^2 = \frac{\lambda}{1-\mu}\,\frac{1 + \frac{1-\mu}{\mu}\,\frac{1}{\operatorname{ch} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}} + \frac{1}{Q}\,\frac{\operatorname{th} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}{\sqrt{\lambda\Gamma}}}{\frac{1}{Q} + \sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{th} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}.$$

on peut voir que $G_2 > G_1$, quel que soit λ_0.

Le calcul de $G^2(\xi)$, en un point quelconque de la zone médiane, $0 \leqq \xi \leqq \varepsilon$, se fait à partir de l'expression

$$(2.155) \qquad \int_{G_1}^{G} \frac{G\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma G^4 + C_1}} = \xi$$

qui conduit à

$$(2.156) \qquad \frac{G^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{\lambda\Gamma(G^4 - G_2^4) + \frac{\lambda}{(1-\mu)^2}}}{G_1^2\sqrt{\lambda\Gamma} + \frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}} = e^{2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}},$$

d'où l'on tire

$$(2.157) \qquad G^2 = G_1^2 \operatorname{ch} 2\xi\sqrt{\lambda\Gamma} + \frac{1}{\sqrt{\lambda\Gamma}}\left(\frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}\right)\operatorname{sh} 2\xi\sqrt{\lambda\Gamma},$$

c'est-à-dire, en introduisant G_1 qu'on vient de calculer :

$$(2.158) \qquad G^2 = \frac{\lambda}{1-\mu}\,\frac{1}{\frac{1}{Q} + \sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{th} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}} \times \left\{\frac{1-\mu}{\mu}\,\frac{\operatorname{ch} 2(\varepsilon - \xi)\sqrt{\lambda\Gamma}}{\operatorname{ch} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}} + \frac{\frac{1}{Q}\operatorname{sh} 2\xi\sqrt{\lambda\Gamma} + \sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{ch} 2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}}{\sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{ch} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}\right\}.$$

b. Calcul de la tension réduite Υ. — L'égalité (2.157) permet d'écrire

$$G=\sqrt{G_1^2\operatorname{ch}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}+\frac{1}{\sqrt{\lambda\Gamma}}\left(\frac{G_1^2}{Q}-\frac{\lambda}{\mu}\right)\operatorname{sh}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}}, \tag{2.159}$$

d'où la tension réduite

$$\Upsilon=\int_0^{\varepsilon}\sqrt{\left\{\begin{array}{l}G_1^2\operatorname{ch}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}\\ \quad+\dfrac{1}{\sqrt{\lambda\Gamma}}\left(\dfrac{G_1^2}{Q}-\dfrac{\lambda}{\mu}\right)\operatorname{sh}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}\end{array}\right\}}\,d\xi. \tag{2.160}$$

Cette expression ne peut pas être intégrée rigoureusement. Toutefois on pourrait écrire une valeur approchée à moins de 10^{-2} (*voir* plus loin). On ne le fera pas dans ce cas-ci, mais dans le suivant où existe un champ minimum. On remarque en examinant (2.158) que G^2, donc G, est, pour de faibles valeurs de λ, fonction croissante de λ, quel que soit ξ.

La tension réduite Υ est donc fonction croissante de λ pour des valeurs de λ faibles et croissantes.

On peut démontrer d'autre part que G_1 est une fonction toujours croissante de λ. Donc $G_1^2\operatorname{ch}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}$ sera toujours fonction croissante de λ, quelle que soit la valeur de λ. En ce qui concerne le terme

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda\Gamma}}\left(\frac{G_1^2}{Q}-\frac{\lambda}{\mu}\right)\operatorname{sh}2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}$$

on ne peut rien dire car il s'annule au point M de la figure 22 quand $G_1^2=\dfrac{\lambda Q}{\mu}$. De là découle qu'il est difficile de dire si Υ est fonction croissante pour toutes les valeurs de λ telles que $0\leq\lambda\leq\lambda_0$.

D'un point de vue physique, on peut dire que l'apparition d'une résistance dynamique est probablement liée à une modification du régime des charges et des champs à l'intérieur de la zone médiane. Il est donc probable que, pour des valeurs de x, conduisant à des points situés sur AM, la tension soit toujours fonction croissante de λ.

Le point M est atteint pour $G_1^2=\dfrac{\lambda Q}{\mu}$. Dans ces conditions, on peut voir par (2.153) qu'on a

$$\frac{1}{Q}\,\frac{\mu}{1-\mu}=\sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{sh}2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}, \tag{2.161}$$

égalité qui définit la valeur de λ_0 pour laquelle $G'_1=0$.

Pour $\lambda\geq\lambda_0$ ce régime qui s'établit est le second régime.

C. Étude du second régime : *G' s'annule en un point de la zone médiane. Calcul de G_1, G_2 et de la tension réduite.*

On désigne par ξ_0 l'abscisse, réduite, du point de la zone médiane où le champ est stationnaire.

a. Calcul de G_0, G_1, G_2, ξ_0. — On a pour déterminer G_0, G_1, G_2 et ξ_0 les quatre équations :

— Par intégration de G' entre ξ_0 et ε :

$$\int_{G_0}^{G_2}\frac{G\,dG}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^4-G_0^4)}}=\varepsilon-\xi_0. \tag{2.162}$$

— Condition aux limites en P_2 :

$$\lambda\Gamma(G_2^4-G_0^4)=\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2. \tag{2.163}$$

— Condition aux limites en P_1 :

$$\frac{\lambda}{\mu}-\frac{G_1^2}{Q}=\sqrt{\lambda\Gamma(G_1^4-G_0^4)},\qquad \text{avec}\quad \frac{G_1^2}{\lambda Q}\leq\frac{1}{\mu}. \tag{2.163 bis}$$

— Intégration de G' entre 0 et ξ_0 :

$$\int_{G_1}^{G_0}\frac{G\,dG}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^4-G_0^4)}}=-\xi_0. \tag{2.162 bis}$$

Par intégration de (2.162) et (2.162 *bis*), on aboutit respectivement à

$$\varepsilon-\xi_0=\frac{1}{2\sqrt{\lambda\Gamma}}\operatorname{Log}\left\{\left(\frac{G_2}{G_0}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{G_2}{G_0}\right)^4-1}\right\}, \tag{2.164}$$

$$\xi_0=\frac{1}{2\sqrt{\lambda\Gamma}}\operatorname{Log}\left\{\left(\frac{G_1}{G_0}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{G_1}{G_0}\right)^4-1}\right\}. \tag{2.165}$$

Ce qui peut s'écrire

$$\left(\frac{G_2}{G_0}\right)^2=\operatorname{ch}2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}. \tag{2.166}$$

De même

$$\left(\frac{G_1}{G_0}\right)^2=\operatorname{ch}2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}. \tag{2.167}$$

Reste à satisfaire à (2.163) et (2.163 *bis*) qu'on écrira

$$\lambda\Gamma(G_2^4-G_0^4)=\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2, \tag{2.163}$$

$$\lambda\Gamma(G_1^4-G_0^4)=\left(\frac{\lambda}{\mu}-\frac{G_1^2}{Q}\right)^2. \tag{2.168}$$

Par (2.163) on a

$$\frac{1}{G_0^2}=\frac{1-\mu}{\lambda}\sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{sh}2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}. \tag{2.169}$$

Par (2.168)

$$\frac{1}{G_0^2}=\frac{\mu}{\lambda}\left[\sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{sh}2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}+\frac{1}{Q}\operatorname{ch}2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}\right]. \tag{2.170}$$

D'où l'égalité déterminant ξ_0

$$(2.171)\qquad \frac{1-\mu}{\mu}\sqrt{\lambda\Gamma}\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma} = \frac{1}{Q}\,\text{ch}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}+\sqrt{\lambda\Gamma}\,\text{sh}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}.$$

Cette égalité peut encore s'écrire quand $\mu=\frac{1}{2}$.

$$(2.172)\qquad \text{th}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}=\text{th}\,\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}-\frac{1}{2Q\sqrt{\lambda\Gamma}}\,\frac{1}{\text{ch}^2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}}.$$

Cette équation admet toujours une solution. D'autre part, pour $\xi_0=\frac{\varepsilon}{2}$, le second membre de (2.171) est toujours supérieur au premier. En effet, étant donné la valeur de μ on a toujours, quel que soit λ :

$$(2.173)\qquad \frac{1-\mu}{\mu}\sqrt{\lambda\Gamma}\,\text{sh}\,\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}<\sqrt{\lambda\Gamma}\,\text{sh}\,\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}.$$

Donc ξ_0 ne prend jamais la valeur $\frac{\varepsilon}{2}$ sauf quand $\lambda\to\infty$. La position médiane est une position asymptotique. Ceci se voit d'ailleurs directement sur (2.172).

G_0 est alors fourni par (2.169) ou (2.170). Pour $\xi_0=0$ on retrouve la condition (2.161) et la valeur $G_0^2=\lambda\frac{Q}{\mu}$ correspondante.

b. Calcul de la tension réduite Υ. — On pose

$$(2.174)\qquad \Upsilon=\Upsilon_1+\Upsilon_2,$$

Υ_1 et Υ_2 étant les tensions réduites partielles relatives aux portions $0, \ldots, \xi_0$ et $\xi_0, \ldots, \varepsilon$ de la zone médiane.

On a pour expression de G^2 dans la zone $\xi_0\leq\xi\leq\varepsilon$:

$$(2.175)\qquad G^2=G_0^2\,\text{ch}\,2(\xi-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma},$$

c'est-à-dire d'après (2.169) :

$$(2.176)\qquad G^2=\frac{1}{(1-\mu)\Gamma}\,\frac{\sqrt{\lambda\Gamma}\,\text{ch}\,2(\xi-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}{\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}.$$

D'où

$$(2.177)\qquad G=\left\{\frac{\sqrt{\lambda\Gamma}}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right\}^{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\text{ch}\,2(\xi-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}$$

et

$$(2.178)\qquad \Upsilon_1=\left\{\frac{\sqrt{\lambda\Gamma}}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right\}^{\frac{1}{2}}\times\int_{\xi_0}^{\varepsilon}\sqrt{\text{ch}\,2(\xi-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\,d\xi.$$

De même

$$(2.179)\qquad \Upsilon_2=\left\{\frac{\sqrt{\lambda\Gamma}}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}\right\}^{\frac{1}{2}}\int_0^{\xi_0}\sqrt{\text{ch}\,2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}}\,d\xi.$$

Soit encore

$$(2.180)\qquad \Upsilon_1=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}\times\int_0^{2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\sqrt{\text{ch}\,\alpha}\,d\alpha,$$

$$(2.181)\qquad \Upsilon_2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}\times\int_0^{2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}\sqrt{\text{ch}\,\alpha}\,d\alpha.$$

d'où la nécessité de connaître $\int_0^{\alpha}\sqrt{\text{ch}\,\alpha}\,d\alpha$.

On peut montrer qu'on a avec une excellente approximation (de l'ordre du centième) et pour x positif quelconque :

$$(2.182)\qquad \left\{\begin{array}{l}\dfrac{1}{(1+x^4)^{\frac{1}{4}}}\sim\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}+0{,}335\left(\dfrac{x}{1+x^2}\right)^4\\ \text{à } 10^{-2} \text{ près pour } 0<x<\infty.\end{array}\right.$$

D'autre part

$$(2.183)\qquad \int_0^{\alpha}\sqrt{\text{ch}\,\alpha}\,d\alpha=\int_0^{\sqrt{\text{sh}\,\alpha}}\frac{2u\,du}{(1+u^4)^{\frac{1}{4}}}.$$

Donc

$$(2.184)\qquad \int_0^{\alpha}\sqrt{\text{ch}\,\alpha}\,d\alpha\simeq 2(\sqrt{1+\text{sh}\,\alpha}-1)+0{,}778\left(\frac{\text{sh}\,\alpha}{1+\text{sh}\,\alpha}\right)^3.$$

Des lors, pour Υ_1 et Υ_2, avec la même approximation

$$(2.185)\qquad \Upsilon_1=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left\{2\left[\sqrt{1+\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}-1\right]+0{,}778\left[\frac{\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}{1+\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right]^3\right\},$$

$$(2.186)\qquad \Upsilon_2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{(1-\mu)\Gamma\,\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left\{2\left[\sqrt{1+\text{sh}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}-1\right]+0{,}778\left[\frac{\text{sh}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}{1+\text{sh}\,2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}\right]^3\right\}.$$

On peut montrer à partir de l'équation (2.171) que la quantité $\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}$ est pour λ élevé une fonction croissante de λ.

Comme par ailleurs $\dfrac{\sqrt{1+\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}-1}{\sqrt{\text{sh}\,2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}}}$ est fonction croissante de λ mais tendant asympto-

tiquement vers 1, on voit que la quantité Y_1 est, pour λ assez élevé, fonction décroissante de λ.

En ce qui concerne Y_2 on remarque que :

$\operatorname{sh} 2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}$ est fonction toujours croissante de λ;

$\operatorname{sh} 2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}$ est pour λ assez grand fonction toujours croissante de λ.

Donc, pour λ assez grand :

$$\frac{\operatorname{sh} 2\xi_0\sqrt{\lambda\Gamma}}{\operatorname{sh} 2(\varepsilon-\xi_0)\sqrt{\lambda\Gamma}} \simeq e^{4\left(\xi_0-\frac{\varepsilon}{2}\right)\sqrt{\lambda\Gamma}},$$

or $\xi_0 \leqq \frac{\varepsilon}{2}$. Donc cette quantité tend vers 0 ou 1. Dès lors Y_2 décroît comme $\lambda^{-\frac{1}{4}}$.

En conclusion on voit que pour λ suffisamment élevé la tension réduite est fonction décroissante de λ. La caractéristique présente bien à fort courant une caractéristique dynamique négative.

Les développements précédents ont permis, au moyen d'une hypothèse respectant les phénomènes physiques, de préciser l'évolution de l'état électrique régnant au sein de la zone médiane du dispositif semi-conducteur au fur et à mesure de l'accroissement du courant.

Les hypothèses faites ont permis de pousser les calculs assez loin, et de montrer un fait sans doute général, c'est-à-dire non lié à l'hypothèse de calcul faite, à savoir que, à partir d'une certaine intensité de courant, il existe un minimum de champ électrique dans la zone médiane.

C'est, après l'apparition de ce minimum de champ, que la tension qui jusqu'alors était une fonction croissante du courant devient stationnaire, puis se met à décroître. La répartition du champ électrique dans la zone médiane peut donc présenter deux aspects :

— A faible courant, le champ croît d'un bord à l'autre de façon régulière de E_1 à E_2.

— A partir d'un certain courant un minimum E_0 commence à apparaître dont la valeur diminue au fur et à mesure que le courant croît.

Le champ minimum E_0 tend vers zéro exponentiellement, tandis que les valeurs E_1 et E_2 aux bords continuent à croître (*voir* les expressions des valeurs réduites G_0, G_1 et G_2).

Les champs élevés sont alors localisés dans deux zones minces situées aux extrémités de la zone médiane, tandis que dans le restant de celle-ci, règne un champ plus faible. L'ionisation du matériau a donc lieu, non plus uniformément comme au début, mais bien plutôt de façon sélective.

On voit bien maintenant le mécanisme d'établissement de la décharge et les phénomènes physiques liés à l'apparition de la résistance négative.

D. Confrontation de la théorie précédente avec l'expérience. — A titre d'exemple on étudiera la structure de la figure 18.

a. Point de fonctionnement considéré. — On considère un régime pour lequel existe une résistance dynamique négative.

L'expression (2.161) donne la valeur de λ à partir de laquelle existe un minimum de champ dans la zone intrinsèque. Soit en l'écrivant un peu différemment

$$(2.161\ bis) \qquad 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}\operatorname{sh} 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma} = \frac{2\varepsilon}{Q}\,\frac{\mu}{1-\mu}.$$

Dans le cas de la figure 18, structure T_6 on a $d \simeq 2{,}5\,\mu$. D'où

$$(2.187) \qquad \varepsilon = \frac{d}{B} = 15, \qquad \text{avec} \quad B = 1{,}64.10^{-5}.$$

D'autre part

$$\mu = \frac{1}{2}, \qquad \frac{\mu}{1-\mu} = 1.$$

On prend

$$(2.188) \qquad \Gamma = 0{,}65.10^{-6},$$

(valeur justifiée plus loin) et $Q \sim 1000$, ordre de grandeur acceptable d'après (2.111) et (2.114). On voit que (2.161 *bis*) est satisfaite pour $\lambda = 50$.

b. Tension. — Le maximum de tension a lieu pour des valeurs de λ supérieures. On prend pour λ une valeur assez nettement supérieure à 50, soit $\lambda = 500$. Dans ces conditions, on a

$$\xi_0 \simeq \frac{\varepsilon}{2}.$$

En posant $x = \varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}$ on peut voir au moyen des expressions du paragraphe précédent que la tension réduite totale Y a pour expression

$$(2.189) \qquad Y = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\Gamma}}\left\{\frac{1}{\sqrt{x\operatorname{sh} x}}\int_0^x \sqrt{\operatorname{ch} z}\,dz\right\} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\Gamma}}\,F(x).$$

On peut montrer que $F(x)$ est une fonction toujours décroissante de x pour x positif et variant peu lorsque x est faible. Dès lors on a

$$(2.190) \qquad Y = 6{,}8.10^{3}.$$

D'où pour la tension

$$(2.191) \qquad V = 47\ \text{V}.$$

valeur du même ordre de grandeur que celle lue sur la figure 18, à savoir 32 V.

c. Champ électrique. — Le champ électrique est maximum en P_1 ou en P_2. La valeur est

$$G_{\text{Max}} = \sqrt{2}\left(\frac{\lambda}{\Gamma}\right)^{\frac{1}{4}} \left\{\coth z \sqrt{\lambda\Gamma}\right\}^{\frac{1}{2}}, \tag{2.192}$$

soit

$$G_{\text{Max}} = 452. \tag{2.193}$$

c'est-à-dire

$$E_{\text{Max}} = 1{,}9.10^5 \text{ V/cm}. \tag{2.194}$$

Cette valeur est bien de l'ordre de celles pour laquelle l'ionisation commence à être importante (*voir* Miller).

d. Densités de trous et d'électrons. — On obtient *u* et *v* au moyen des égalités (2.40) et (2.41) avec $\mu = \frac{1}{2}$.

soit

$$v = \frac{\lambda}{G} + \frac{G'}{2}, \tag{2.195}$$

$$u = \frac{\lambda}{G} - \frac{G'}{2}. \tag{2.196}$$

En se plaçant dans le plan médian, on a $G' = 0$.

D'où avec les valeurs précédentes, étant donné que le champ varie peu dans l'espace médian avec les valeurs considérées :

$$u = v = \frac{\lambda}{G_{\text{min}}} \simeq 1, \tag{2.197}$$

ce qui donne en cm^3 :

$$n = 2{,}3.10^{14} \text{ cm}^{-3}, \tag{2.198}$$

$$p = 2{,}3.10^{14} \text{ cm}^{-3}. \tag{2.199}$$

Aux plans d'extrémité P_1 et P_2 on aura un maximum de *n* ou *p* égal environ au double de la valeur commune précédente.

e. Expression des taux d'ionisation. — Pour la valeur calculée ci-dessus du champ électrique, on a

$$\frac{2}{k+2}\gamma_k G^{k+2} = 10^5.3{,}2\,\lambda, \tag{2.200}$$

$$\lambda\Gamma G^3 = 10^4.2{,}7\,\lambda. \tag{2.201}$$

Les deux expressions précédentes conduisent à des valeurs très voisines de $\frac{2}{k+2}\gamma_k G^{k+2}$ et $\lambda\Gamma G^3$ pour le champ maximum. Dans le cas étudié ici les champs varient peu, ce qui justifie le traitement précédent comme il a été indiqué au moment de l'intégration approximative. Pour des champs plus élevés, on aura $\frac{2}{k+2}\gamma_k G^{k+2} > \lambda\Gamma G^3$. La méthode utilisée sera encore bonne car le fait que le taux approché soit inférieur au taux réel dans les zones à champ élevé est compensé par le fait qu'à champ faible c'est le contraire qui a lieu.

On remarque enfin qu'on a supposé g_k dans le calcul de γ_k peu influencées de la température. C'est probablement un peu inexact, g_k devant probablement croître quand *T* diminue aux environs de l'air liquide. Les porteurs sont alors en effet moins perturbés sur leurs trajectoires par les ondes d'agitation thermique; ils peuvent acquérir, pour un champ donné, une énergie moyenne supérieure à celle qu'ils acquièrent à la température ordinaire, d'où un accroissement du taux d'ionisation.

f. Densité de courant. — Les valeurs de l'intensité exprimées en ampères par millimètre carré, correspondant aux valeurs de λ indiquées plus haut, sont acceptables. Les surfaces émissives qu'on peut en déduire sont en accord avec ce qu'il semble effectivement possible d'obtenir, compte tenu des dimensions respectives des surfaces émettrices et collectrices.

2.2. MÉCANISME II.

On a vu que le mécanisme I qui est adaptable à certaines jonctions présentant des résistances dynamiques négatives sous des tensions élevées, type T_6 et T_7, peut sembler difficilement utilisable dans le cas de T_0, où la pente négative apparaît pour des tensions faibles. S'il en est ainsi, on peut préciser un autre mécanisme, ou mécanisme II, qu'on développe ci-dessous. Dans ce cas on supposera l'ionisation interne du matériau négligeable et les conditions aux limites, en P_2, différentes de celles exposées au paragraphe précédent A.

Les égalités de base sont les mêmes que (2.1), (2.2) et (2.3). On pose seulement $g = 0$.

Les variables réduites utilisées sont les mêmes que précédemment, en posant

$$\gamma_0 = \gamma_k = 0.$$

On déduit par l'expression (2.55) :

$$GG' = C_2. \tag{2.202}$$

C_2 étant une constante.

Les conditions aux limites en P_1 sont les mêmes que plus haut, soit l'égalité (2.44) :

$$\frac{\lambda + 2G_1G'_1}{G_1^2} = \frac{2}{Q}, \tag{2.44}$$

avec

$$Q = R + \frac{\mu}{I_n}\frac{1}{n_1}.$$

Dans le plan P_2 on admet qu'il existe un facteur de multiplication du courant dû à la proximité de la paroi métallique. Soit α^* le facteur de multiplication du courant de porteurs minoritaires issu de P_1, après le passage à travers la zone à forte recombinaison située au droit de P_1.

On a

$$(2.203) \qquad I = \alpha^* I_p.$$

D'où en P_2 :

$$(2.204) \qquad I_n = (\alpha^* - 1) I_p.$$

Donc

$$(2.205) \qquad \mu(\lambda - \overline{1-\mu}\, G_2 G'_2) = (\alpha^* - 1)(1-\mu)(\lambda + \mu G_2 G'_2).$$

Mais

$$(2.206) \qquad G_1 G'_1 = G_2 G'_2 = C_2.$$

D'où

$$(2.207) \qquad C_2 = \frac{1 - \alpha^*(1-\mu)}{\mu(1-\mu)\alpha^*}\lambda.$$

Et par (2.44)

$$(2.208) \qquad G_1^2 = \frac{\lambda Q}{\mu(1-\mu)\alpha^*}.$$

Par intégration de (2.179), il vient

$$(2.209) \qquad G^2 = 2\,\frac{1-\alpha^*(1-\mu)}{\mu(1-\mu)\alpha^*}\lambda \left\{ \xi + \frac{Q}{2(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})} \right\}.$$

On suppose que le facteur α^* n'est pas lié à un effet de type « hook ». Dès lors on sait qu'il admet une limite supérieure égale à $1 + \frac{\mu_n}{\mu_p}$, soit $\frac{1}{1-\mu}$ [14].

Donc

$$(2.210) \qquad \alpha^* < \frac{1}{1-\mu}.$$

La tension G^2 est alors définie.

On en tire successivement

$$(2.211) \qquad G = \left\{ \frac{1-\alpha^*(1-\mu)}{\mu(1-\mu)\alpha^*}\lambda \right\}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\xi + \frac{Q}{2(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})}}.$$

Soit une tension réduite Υ :

$$(2.212) \qquad \Upsilon = \frac{2}{3}\left\{ 2\lambda\,\frac{1-\alpha^*\,\overline{1-\mu}}{\mu(1-\mu)\alpha^*} \right\}^{\frac{1}{2}} \times \left\{ \left[\xi + \frac{Q}{2(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})} \right]^{\frac{3}{2}} - \left[\frac{Q}{2(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})} \right]^{\frac{3}{2}} \right\},$$

et pour la résistance dynamique réduite :

$$(2.213) \qquad \frac{d\Upsilon}{d\lambda} = \lambda^{\frac{1}{2}} \frac{(\xi + x)^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}}{\{2\mu(1-\mu)\alpha^*(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})\}^{\frac{1}{2}}} \times \left\{ \frac{2}{3\lambda}(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu}) \frac{(\xi+x)^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}{(\xi+x)^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}} \right\},$$

avec

$$(2.214) \qquad x = \frac{Q}{2(1-\alpha^*\,\overline{1-\mu})}.$$

Dans le cas extrême où $\alpha^*(1-\mu) = 1$, on a

$$(2.215) \qquad \Upsilon = \frac{\xi\sqrt{\lambda Q}}{[\mu(1-\mu)\alpha^*]^{\frac{1}{2}}}$$

et

$$(2.216) \qquad \frac{d\Upsilon}{d\lambda} = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}}{\{\mu(1-\mu)\alpha^* Q\}^{\frac{1}{2}}}\frac{\xi}{2}\left\{ Q' + \frac{Q}{\lambda} \right\}.$$

On voit sur (2.213) que, quand λ est faible, on a

$$\lambda \text{ faible : } \quad \frac{d\Upsilon}{d\lambda} > 0.$$

Si Q' est négatif, donc Q fonction décroissante du courant, c'est-à-dire le rendement d'émetteur fonction décroissante du courant, la quantité entre crochets peut devenir négative quand λ augmente d'autant plus qu'en général $1 - \alpha^*(1-\mu)$ est très faible.

Q tend en général à fort courant vers une limite finie. Dès lors on peut retrouver à fort courant une résistance dynamique positive.

Les hypothèses faites permettent donc de donner une explication des résistances négatives observées dans le cas des faibles tensions.

3. ÉTUDE DES OSCILLATIONS OBSERVÉES.

Le chapitre qui suit comprend deux parties : Dans la première on expose les résultats expérimentaux obtenus avec les structures T_0, T_5 et T_6. Ils sont analogues pour les autres éléments. Dans la seconde partie on étudie le cycle d'oscillation en donnant une méthode permettant de tenir compte de l'effet des éléments de circuit parasites qui interviennent aux instants de variations très rapides du courant passant dans le semi-conducteur.

Avec la structure T_0 on a obtenu avec le montage de la figure 23 des oscillations H. F. de fréquence fondamentale $f_0 = 33$ Mc/s [15]. Cette fré-

quence est à notre connaissance supérieure à celles qui ont été obtenues jusqu'à présent avec des cristaux présentant une résistance dynamique néga-

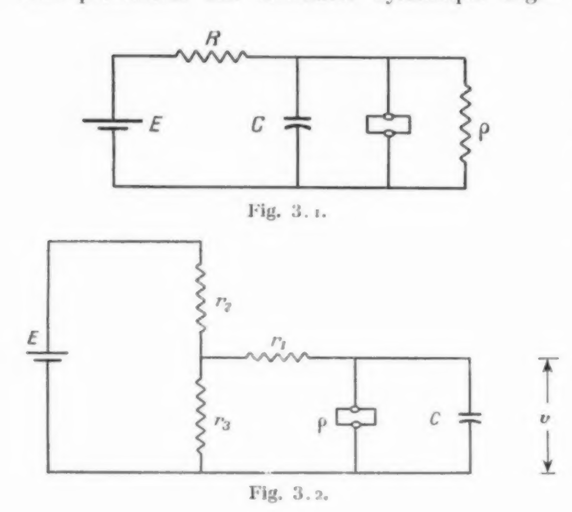


Fig. 3.1.

Fig. 3.2.

de repos fictif soit situé sur la portion de caractéristique à pente négative. Cornelius [16] cite une fréquence limite égale à 0,5 Mc/s. Moll [17] cite 2 Mc/s avec une structure *p-n-p-n*. Il est probable, si l'on doit admettre, comme le suggère Benzer, que dans le cas de ces jonctions détectrices alimentées en inverse, la résistance négative est due principalement à un effet thermique de contact, la fréquence supérieure d'oscillation est de l'ordre de l'inverse de la constante de temps thermique, si l'on peut dire, du dispositif. Dans le cas où la résistance négative est, comme on l'a vu au second chapitre, liée à un processus électronique et non thermique, on peut s'attendre à obtenir des fréquences plus élevées. Avec T_0 on a ainsi obtenu 33 Mc/s, avec T_6 et T_7, 25 Mc/s. D'autre part ces chiffres ne semblent pas être des limites supérieures des fréquences que peuvent engendrer les structures précédentes. La limite observée peut être en particulier, comme on va le voir, liée à la présence, inévitable dans le montage étudié, d'éléments de self-inductances et de

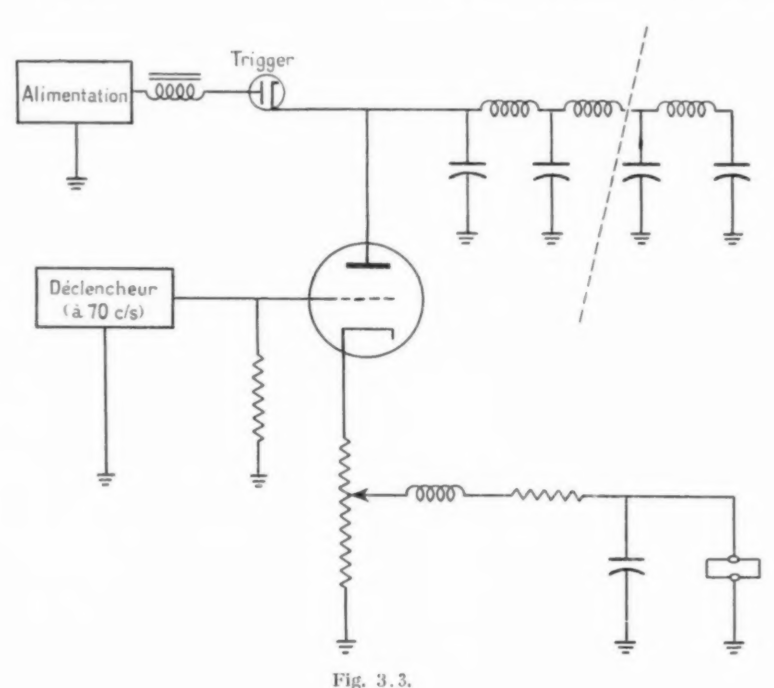


Fig. 3.3.

tive. Les dispositifs utilisés jusqu'à présent étaient en général voisins de ceux étudiés par Benzer et cités dans le chapitre 1, à savoir jonctions détectrices alimentées en inverse à travers une résistance et sous une tension suffisante pour que le point capacités parasites, dont la réduction permettrait d'accroître la fréquence limite. Ce point sera repris plus loin. En effet comme on le verra au chapitre 4 il existe une possibilité de limitation de fréquence intrinsèque au semi-conducteur.

Le montage le plus simple qui permet l'entretien d'oscillations électromagnétiques au moyen des structures précédentes est représenté sur la figure 3.1. Une variante qui a été utilisée est représentée sur la figure 3.2. Enfin, pour les dispositifs fonctionnant en impulsions on se reporte à la figure 3.3. On voit que les conditions d'alimentation en impulsions sont les mêmes que celles de la figure 3.2.

3.1. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

Les mesures qui suivent se rapportent aux structures T_0, T_5 et T_6, prises à titre d'exemple. Les résultats sont analogues avec les autres dispositifs. La température du cristal est dans tous les cas celle de l'air liquide.

3.1.1. **Structure** T_0.

Le montage utilisé est celui de la figure 3.1. La capacité parasite placée aux bornes du semi-conducteur est composée de la capacité propre du semi-

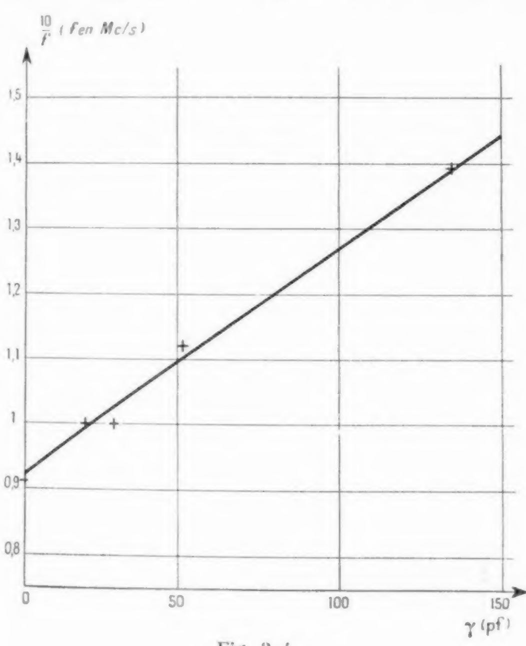


Fig. 3.4.

conducteur, prise entre les deux cônes d'extrémités, de la capacité résiduelle due au montage et de celle rapportée par les connexions des appareils de mesure. Soit C sa valeur. La capacité γ du tableau suivant est une valeur ajoutée pour faire varier la fréquence. Elle est obtenue sous forme d'une longueur variable de câble coaxial qui relie les bornes du cristal à l'oscillographe de mesure. La capacité totale placée aux bornes est donc $C + \gamma$. La mesure de la fréquence est faite par la méthode des courbes de Lissajous.

Les résultats sont portés dans le tableau ci-dessous :

TABLEAU I.

Longueur de câble coaxial (cm) 75 (ohms).	Capacité (pF).	f (fréquence d'oscillation) (Mc/s).
33	21	10,1
53	30	9,7
87	52	8,9
174	135	7,2

En portant sur un diagramme, en abscisse γ et en ordonnées $\frac{10}{f}$, les points marqués sont sensiblement alignés (*fig.* 3.4). L'interprétation de ce résultat sera faite au paragraphe 2. On en déduit une valeur approchée de la capacité parasite.

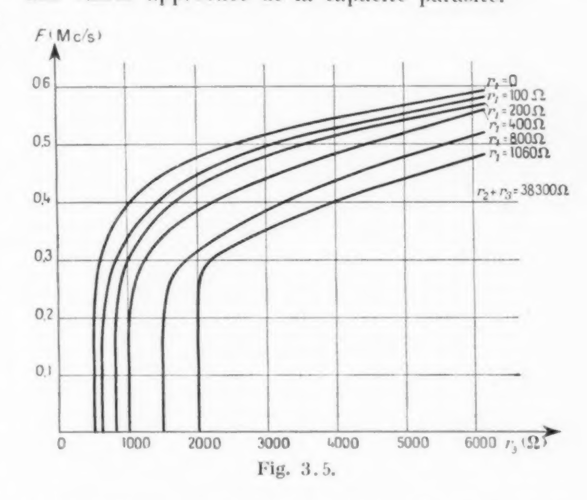


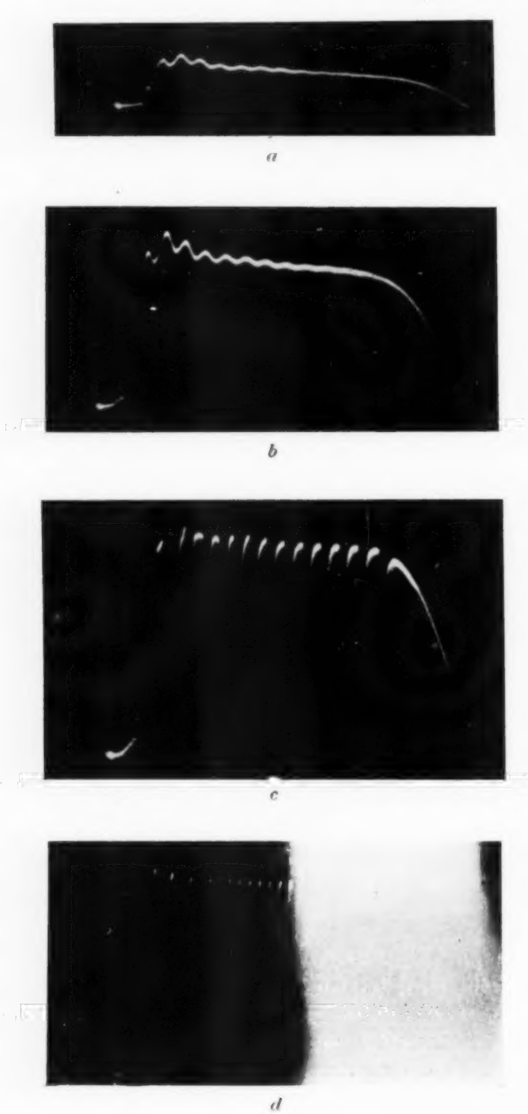
Fig. 3.5.

En insérant T_0 dans le montage du type de la figure 3.2 on obtient pour les valeurs indiquées des résistances les courbes de la figure 3.5. On a extrait de ces courbes le tableau suivant qui sera utilisé au prochain paragraphe.

TABLEAU II.

r_1	r_3 (Ω).	$(r_2 + r_3)$ (Ω).	E (V).	f_{mes} (Mc/s).	C (pF).
100	600	$38,3 \cdot 10^3$	540	0,3	10 000
100	800	38,3 »	540	0,3	10 000
200	1 000	38,3 »	540	0,3	10^4
400	1 300	38,3 »	540	0,3	10^4
800	2 000	38,3 »	540	0,3	10^5
1000	2 000	38,3 »	540	0,3	10^5

Ces mesures ont été faites en alimentation continue, le cristal étant plongé dans l'air liquide. La forte inertie des embouts coniques en cuivre indié réalisant



a

b

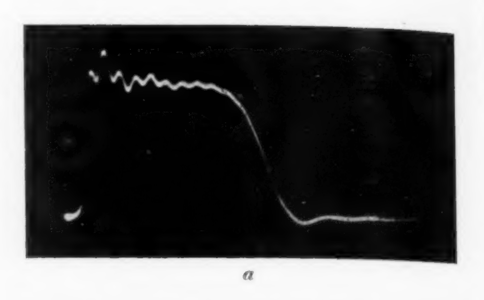
c

d

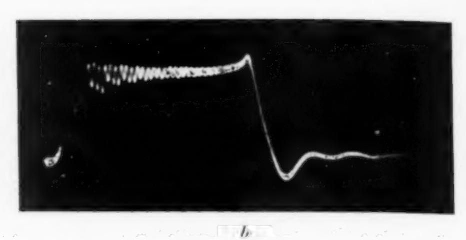
Fig. 3.6.

les extrémités *p* permet une bonne définition de la température de la structure, d'autant meilleure que la puissance dissipée était très faible, de l'ordre de quelques milliwatts.

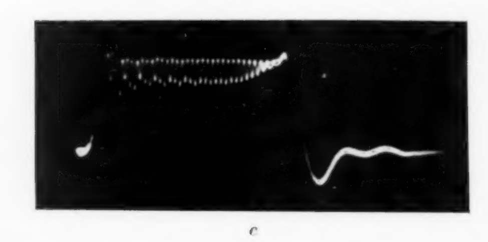
On signale ici que le montage qui a permis d'obtenir $f = 33$ Mc/s a été étudié pour diminuer au



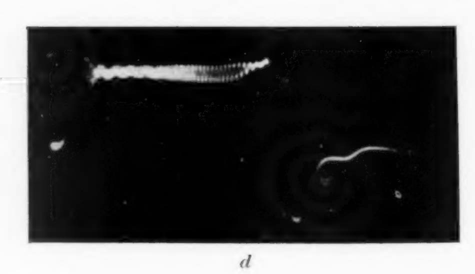
a



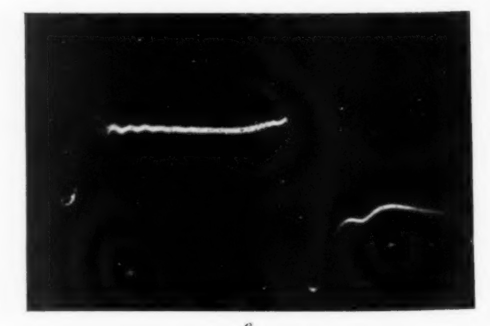
b



c



d



e

Fig. 3.7.

maximum les capacités parasites et n'a pu être utilisé pour les mesures précédentes.

3.1.2. **Structures** T_5, T_6.

Si l'on se reporte à la caractéristique de T_6 on voit que pour procéder à température constante, c'est-à-dire avec une puissance moyenne dissipée très faible, il faut utiliser des impulsions. La caractéristique de T_6 a du reste été mesurée en impulsions comme déjà vu à la température de l'air liquide. Le schéma de montage est celui de la figure 3.3. Les impulsions ont une durée de 5 μs et le taux de répétition est égal à 70 par seconde. Durant l'impulsion (décharge de la ligne à retard) le schéma 3.3 est équivalent à celui de la figure 3.2. La mesure de fréquence est faite en observant à l'oscillographe l'impulsion de tension aux bornes du semi-conducteur avec un marquage d'intervalle égal à 1 ou 0,1 μs. On a reporté sur la figure 3.6 les différents aspects de la forme d'onde de tension pour la structure T_5 à courant croissant dans le sens *a*, *b*, *c*, *d*. Des oscillogrammes analogues sont portés sur la figure 3.7 pour la structure T_6, le courant croissant dans le sens *a* (maximum de tension), *b*, *c*, *d*, *e*. Sur la figure 3.8 on a porté, pour T_6, pour une f.é.m. d'impulsion donnée (tension de la ligne à retard), la valeur de $\frac{10}{f}$, *f* étant exprimé en mégacycles par seconde en fonction de *C*, pour différentes valeurs de la résistance série r_1. De même sur la figure 3.9 pour la même structure. Les points sont sensiblement alignés. Sur la figure 3.10 sont portés les diagrammes intensité-temps dans le cas des oscillations de T_5 pour lequel des diagrammes tension-temps sont portés sur la figure 3.6. Ces diagrammes sont ceux d'une tension prise aux bornes d'une résistance

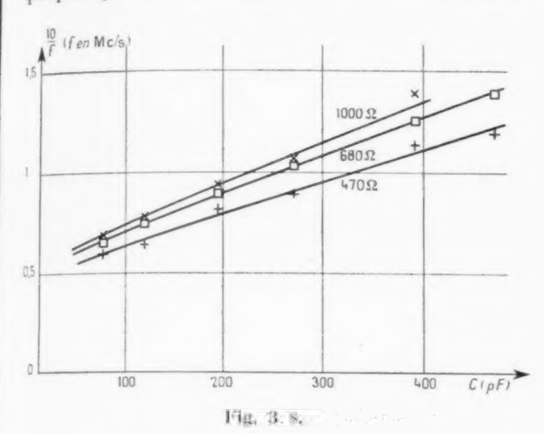


Fig. 3.8.

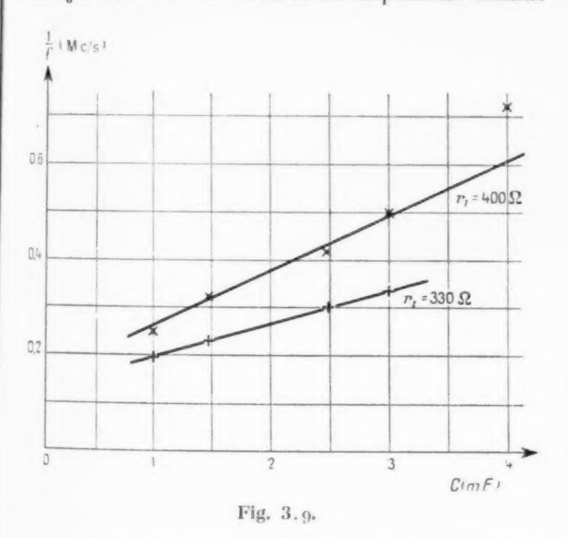


Fig. 3.9.

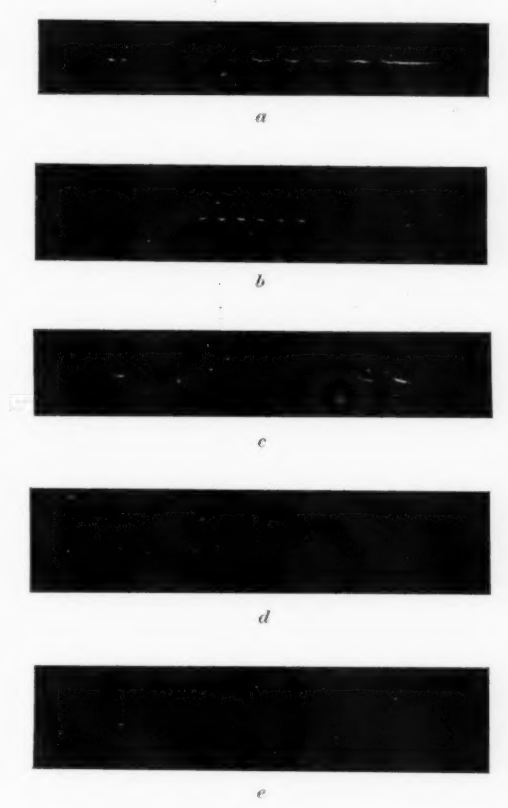


Fig. 3.10.

de 10 Ω placée en série avec le semi-conducteur, la capacité étant placée aux bornes de l'ensemble semi-conducteur-résistance 10 Ω série. Les vues de (*a*) jusqu'à (*e*) sont à courant croissant (courant du point fictif de repos).

3.2. INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS. CYCLES D'OSCILLATION.

L'étude du cycle d'oscillation se fait en principe au moyen de la méthode dite des isoclines. Cette méthode est applicable à tout phénomène $i(t)$, fonction du temps régi par une équation différentielle du second ordre où ne figure pas explicitement la variable. On ramène l'équation du second ordre

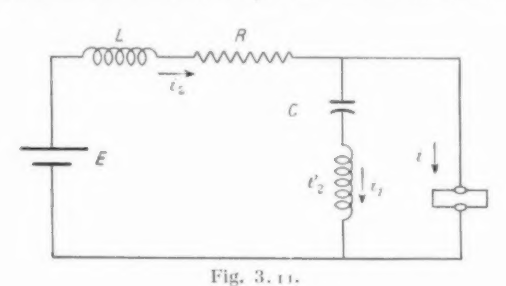


Fig. 3.11.

au premier, par une méthode classique, et l'on peut exprimer alors $\frac{d}{di}\left(\frac{di}{dt}\right)$ en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$ considéré comme fonction de i. L'utilisation de cette méthode, pour une forme particulière d'équation différentielle, a été faite par Liénard et conduit à une construction très simple des courbes intégrales [18]. L'étude des oscillations de relaxation a entre autres été faite par B. van der Pol [19] Y. Rocard [20], Andronow et Chaikin [21], Reichardt [22], [23], [24], [25], Rothe et Kleen [26].

Dans tous ces travaux les auteurs utilisent, quand les coefficients intervenant dans l'équation différentielle n'admettent pas d'expression simple, la méthode des isoclines qui est supposée utilisable à tous les instants du cycle d'oscillation.

Dans le cas présenté ici, la méthode des isoclines n'est pas applicable à tous les instants du cycle. En effet, quand la variation d'intensité dans le semi-conducteur devient très rapide il faut tenir compte des éléments de self-parasite du semi-conducteur et de la capacité.

Les montages représentés sur les figures 3.1, 3.2 et 3.3 peuvent tous être représentés, en ce qui concerne l'étude d'un état permanent d'oscillation, par le schéma de la figure 3.11. Les éléments représentés sur le schéma sauf l_1 sont :

E, f.é.m. d'alimentation;

R, résistance série de la boucle d'alimentation;

L, self-inductance de la boucle d'alimentation;

l_2, self-inductance parasite du circuit capacité;

l_1, self-inductance parasite du circuit semi-conducteur;

i_1, i_2, i, intensités dans les différentes branches;

u, tension aux bornes de la capacité;

$f(i)$, tension aux bornes du semi-conducteur.

Les quantités l_1 et l_2 sont très petites et peuvent être négligées durant une partie du cycle d'oscillation. Elles jouent un rôle quand les variations des intensités i_1 et i sont très rapides. On a $\frac{l_1}{L} \ll 1$ et $\frac{l_2}{L} \ll 1$. Dans le cas présent l_1 est pratiquement négligeable devant l_2. On ne conservera donc dans la suite que le coefficient l_2. Pour obtenir la loi de variation $i(t)$ du courant i passant dans le semi-conducteur on part des égalités de Kirchhoff qui s'écrivent

$$e = E - Ri_2 - L\frac{di_2}{dt}, \tag{3.1}$$

$$e = f(i), \tag{3.2}$$

$$e = l_2\frac{di_1}{dt} + u, \tag{3.3}$$

$$i_1 = C\frac{du}{dt}, \tag{3.4}$$

$$i_2 = i + i_1. \tag{3.5}$$

On arrive par éliminations successives à l'égalité suivante valable en première approximation, c'est-à-dire pour $\frac{l_2}{L} \ll 1$:

$$L\,l_2\frac{d^3 i}{dt^3} + [R\,l_2 + L\,f'(i)]\frac{d^2 i}{dt^2} + L\,f''(i)\left(\frac{di}{dt}\right)^2 + \left[R\,f'(i) + \frac{L}{C}\right]\frac{di}{dt} - \frac{E - Ri - f(i)}{C} = 0. \tag{3.6}$$

a. Dans le cas particulier de la figure 3.1 (structure T_0) on suppose toutes les self-inductances assez petites pour pouvoir être négligées. La loi $i(t)$ est alors donnée par

$$R\,f'(i)\frac{di}{dt} - \frac{E - Ri - f(i)}{C} = 0. \tag{3.7}$$

A cette loi correspond le cycle représenté sur la

figure 3.12, à savoir (P, P′, Q, Q′, P). On admet que le passage de l'intensité de P en P′ et de Q en Q′ est quasi instantané. La durée du cycle T est la somme du temps de charge T_c (de Q′ en P) et du temps de décharge T_D (de P_1 en Q). Si l'on admet d'après la forme de la caractéristique de T_0 que la durée du trajet (P, P′, Q, Q′) est très inférieure à T_c, on a pratiquement $T \sim T_c$. Soient alors v_1 et v_2 les limites de variation de la tension. Il vient

$$(3.8)\qquad T = (C+\gamma)\int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{\frac{E}{R} - i(v) - \frac{v}{R}} = (C+\gamma)\,I,$$

$i(v)$ désignant la portion de courbe caractéristique OP et I l'intégrale définie. Il y a proportionnalité entre

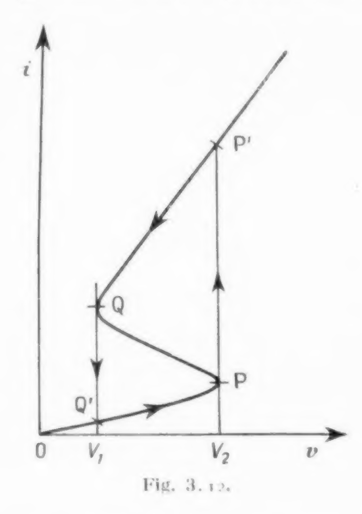


Fig. 3.12.

l'inverse de la fréquence et la capacité, en accord avec le résultat expérimental de la figure 3.4 relatif à T_0. En fait l'emploi du schéma simplifié précédent pour T_0 avec des fréquences de l'ordre de 10 Mc/s constitue une approximation, la self-inductance de la boucle d'alimentation devant intervenir dans le calcul de T. D'autre part la durée de la décharge n'est plus négligeable devant celle de la charge. A partir d'un couple quelconque de points expérimentaux on obtient facilement un ordre de grandeur de C. On trouve $C = 150$ pF. Cette valeur comprend les capacités parasites du montage localisées ou réparties. Son ordre de grandeur est acceptable, bien qu'un peu élevé. On donnera une explication plus loin. En fait, pour les fréquences observées, le modèle théorique est insuffisant.

b. Dans le cas de la figure 3.2 et des courbes de la figure 3.5 (structure T_0) on applique la même méthode. Toutefois à la différence du cas précédent, puisqu'on est en basse fréquence avec $C = 10^4$ pF, les prévisions doivent être en bon accord avec les résultats expérimentaux. C'est ce que l'on constate; la forme d'onde de la tension est portée sur la figure 3.13 et les limites d'intégration sont $v_1 = 2{,}5$ V et

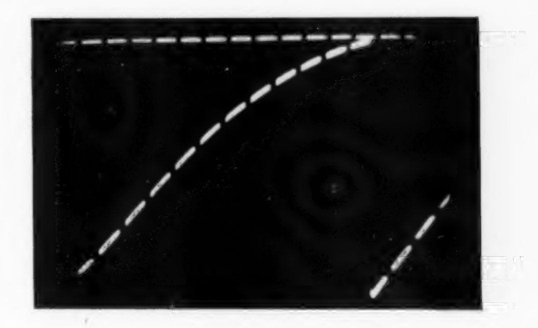


Fig. 3.13.

$v_2 = 3{,}2$ V, en accord avec la figure 1.6 et la figure 3.14 qui donne l'aspect de la caractéristique décrite en cours d'oscillation suivant un montage classique.

En désignant par $\rho(v)$ la résistance du semi-conducteur pour une tension v à ses bornes prise sur le



Fig. 3.14.

tronçon OP on obtient T_c, donc T, par intégration entre v_1 et v_2 de l'égalité

$$(3.9)\qquad \rho C\frac{dv}{dt} + v\left\{1 + \frac{\rho(r_2+r_3)}{r_2 r_3 + r_1(r_2+r_3)}\right\} = E\,\frac{r_3\rho}{r_2 r_3 + r_1(r_2+r_3)}.$$

Les valeurs calculées de f sont portées ci-dessous au droit des valeurs expérimentales tirées du tableau II du paragraphe précédent :

TABLEAU III.

f_{mes} (Mc/s)......	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
f_{calc} (Mc/s)......	0,443	0,443	0,47	0,45	0,44	0,405

L'accord est assez bon, les différences provenant sans doute de la présence de la self-inductance de la boucle d'alimentation qui doit jouer un rôle même à des fréquences relativement basses.

c. Étude de l'équation (3.6) *dans le cas de variations pas trop rapides des intensités i et* i_1. — On peut alors dans (3.6) négliger l_2. Il reste

$$(3.10)\qquad Lf'(i)\frac{d^2 i}{dt^2}+Lf''(i)\left(\frac{di}{dt}\right)^2+\left(Rf'(i)+\frac{L}{C}\right)\frac{di}{dt}-\frac{E-Ri-f(i)}{C}=0.$$

Soit i_1 la valeur de l'intensité pour le maximum de tension v_1. On prend pour variables réduites :

$$(3.11)\qquad x=\frac{i}{I_1}\quad\text{et}\quad\theta=\frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

On pose d'autre part

$$(3.12)\qquad \begin{cases} Z_c=\sqrt{\dfrac{L}{C}}, & U_0=i_1\sqrt{\dfrac{L}{C}},\\ \varphi(x)=\dfrac{f(i)}{U_0}=\dfrac{f(xi_1)}{U_0}. \end{cases}$$

En utilisant les variables (3.11), l'égalité (3.10) s'écrit

$$(3.13)\qquad \varphi'(x)\frac{d^2x}{d\theta^2}+\varphi''(x)\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left[1+\frac{R}{Z_c}\varphi'(x)\right]\frac{dx}{d\theta}-\left(\frac{E}{U_0}-\frac{R}{Z_c}x-\varphi\right)=0.$$

L'état de pseudo-équilibre, instable, est donné par

$$(3.14)\qquad \frac{E}{U_0}-\frac{R}{Z_c}x-\varphi=0.$$

Pour mettre en œuvre la méthode des isoclines, on réduit d'une unité le degré de (3.13). En posant

$$(3.15)\qquad Y(x)=\frac{dx}{d\theta}\quad\text{et}\quad\frac{d^2x}{d\theta^2}=YY'.$$

Il vient

$$(3.16)\qquad Y\frac{d}{dx}(Y\varphi')+\left(1+\frac{R}{Z_c}\varphi'\right)Y-\left(\frac{E}{U_0}-\frac{R}{Z_c}x-\varphi\right)=0.$$

On introduit alors S :

$$(3.17)\qquad S=Y\varphi'+\frac{R}{Z_c}\varphi+x=T+\frac{R}{Z_c}\varphi+x.$$

On a finalement

$$(3.18)\qquad S'=\frac{\left(\dfrac{E}{U_0}-\dfrac{R}{Z_0}x-\varphi\right)\varphi'}{S-\left(\dfrac{R}{Z_c}\varphi+x\right)}.$$

D'où dans le plan (S, y) une construction facile de la pente $\frac{dS}{dx}$ de l'ensemble des points appartenant à une droite d'abscisse donnée (*fig.* 3.15).

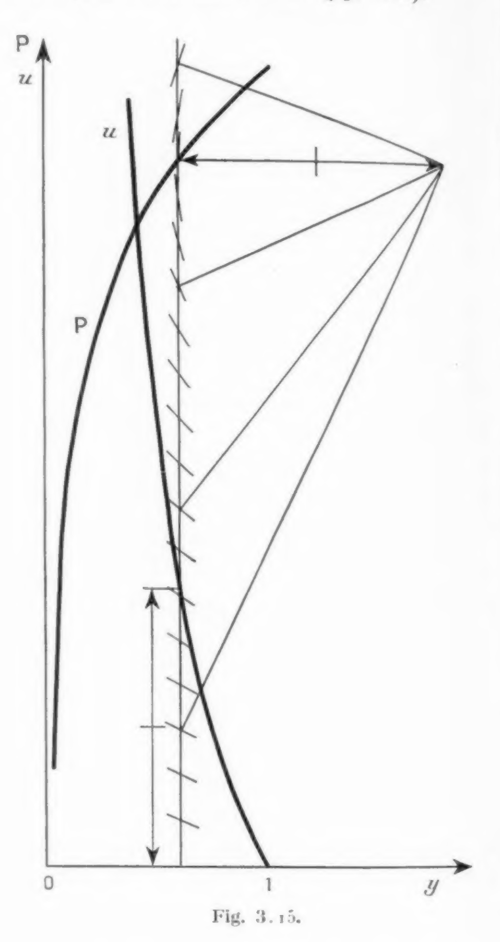


Fig. 3.15.

Il est nécessaire pour diminuer l'imprécision du tracé de connaître les points où $S''=\frac{d^2S}{dx^2}$ est nul. Ils sont situés dans le cas considéré sur la courbe

$$S=P+\frac{2u}{P'\pm\sqrt{P'^2+4u}}$$

avec

$$P=\frac{R}{Z_c}\varphi+x,$$
$$u=\left(\frac{E}{U_0}-\frac{R}{Z_c}x-\varphi\right)\varphi'.$$

d. Étude de (3.6) *dans le cas de variations rapides de l'intensité* (*fig.* 3.16). — On voit sur (3.6) que,

quand $f'(i)$ devient très faible, c'est-à-dire avec les caractéristiques étudiées ici lorsque i est de l'ordre ou supérieur à $i_{B_1} = i_{B_2}$ la quantité $Lf'(i)$ devient de l'ordre de Rl_2 ou Ll_2. Dès lors les hypothèses des paragraphes précédents ne sont plus valables.

Avec les quantités réduites introduites plus haut, l'égalité (3.6) s'écrit

$$(3.19)\quad \alpha\frac{d^3y}{d\theta^3} + \left\{\varphi'(y) + \alpha\frac{R}{Z_c}\right\}\frac{d^2y}{d\theta^2} + \varphi''(y)\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 + \left\{1 + \frac{R}{Z_c}\varphi'(y)\right\}\frac{dy}{d\theta} - \left(\frac{E}{U_0} - \frac{R}{Z_c}y - \varphi\right) = 0,$$

avec $\alpha = \frac{l_2}{L}$. Les self-inductances résiduelles n'interviennent en première approximation que par leur somme. Le cycle PP′ QQ′P comprend comme on l'a indiqué plus haut deux parties, la première Q′P et la seconde PP′QQ′ qui est représentée, dans le cas des caractéristiques étudiées ici, par la portion de courbe B sur la figure 3.16. La portion B peut être décomposée en trois parties PB_1, B_1B_2, B_2Q; les points B_1 et B_2 correspondent à une même intensité $i_{B_{1,2}}$ dans le semi-conducteur, intensité qui peut être assez inférieure à i_2 valeur correspondant au minimum de tension V_2 de la caractéristique. Le temps de parcours de (B) est d'autre part pratiquement égal au temps de parcours du tronçon B_1B_2. Le développement qui suit est destiné à fournir un ordre de grandeur de cette durée. On désigne par S_2 le point de coordonnées i_2, v_2.

On admet que pour i de l'ordre ou supérieur à i_{B_2} la courbe $\varphi(y)$ est représentée avec une bonne approximation par un développement parabolique de la forme

$$(3.20)\quad \varphi = \varphi_2 + K(y - y_2)^2,$$

avec $\varphi''_{y_2} = 2K > 0$, vu qu'on est en S_2,

d'où

$$(3.21)\quad \varphi'(y) = 2K(y - y_2),$$

$$(3.22)\quad \varphi''(y) = 2K.$$

Dès lors l'égalité différentielle précédente s'écrit en remplaçant $\varphi(y)$, $\varphi'(y)$, $\varphi''(y)$ par leur expression ci-dessus :

$$(3.23)\quad \alpha\frac{d^3y}{d\theta^3} + \left\{2K(y - y_2) + \alpha\frac{R}{Z_c}\right\}\frac{d^2y}{d\theta^2} + 2K\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 + \left[1 + 2K\frac{R}{Z_c}(y - y_2)\right]\frac{dy}{d\theta} - \left[\frac{E}{U_0} - \frac{R}{Z_c}y - \varphi_2 - K(y - y_2)^2\right] = 0.$$

Soit y_0 la valeur maximum atteinte par y au cours du cycle. On pose

$$z = y_0 - y, \qquad \text{d'où} \qquad z = z_0 + (y_2 - y),$$

$$z_0 = y_0 - y_2, \qquad \text{d'où} \qquad y = y_2 - (z - z_0)$$

et

$$\frac{E}{U_0} - \frac{R}{Z_c}y_2 - \varphi_2 = -Q$$

($Q > 0$ d'après la position du point de fonctionnement).

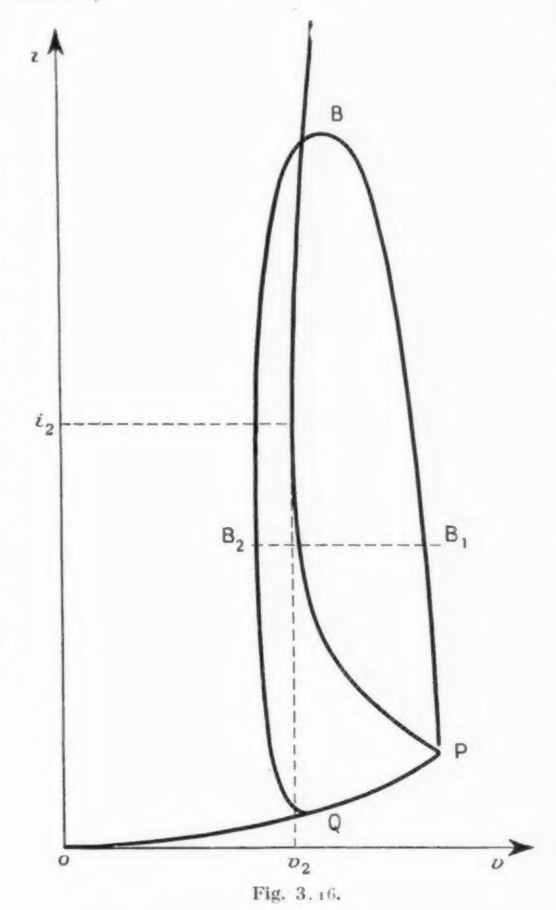


Fig. 3.16.

En prenant pour fonction, ζ, telle que

$$(3.24)\quad K(z - z_0) = \zeta = K(y_2 - y).$$

On obtient pour équation donnant $\zeta(\theta)$:

$$(3.25)\quad \alpha\frac{d^3\zeta}{d\theta^3} + \alpha\frac{R}{Z_c}\frac{d^2\zeta}{d\theta^2} + \frac{d\zeta}{d\theta} + \frac{R}{Z_c}\zeta - KQ = \zeta^2 + \frac{R}{Z_c}\frac{d(\zeta^2)}{d\theta} + \frac{d^2(\zeta^2)}{d\theta^2}.$$

Étant donné que K est très faible, il est naturel de rechercher une solution telle que le second membre soit toujours très inférieur au premier. L'égalité à satisfaire est alors

$$\alpha \frac{d^3\zeta}{d\theta^3} + \alpha \frac{R}{Z_c} \frac{d^2\zeta}{d\theta^2} + \frac{d\zeta}{d\theta} + \frac{R}{Z_c} \zeta = kQ. \tag{3.26}$$

On cherche de façon classique des solutions de la forme e^{rt} après avoir obtenu une solution particulière de l'égalité avec second membre. L'équation donnant les valeurs possibles de r est

$$\alpha r^3 + \alpha \frac{R}{Z_c} r^2 + r + \frac{R}{Z_c} = 0. \tag{3.27}$$

D'où trois valeurs :

$$r_1 = -\frac{1}{\sqrt{\alpha}},$$

$$r_2 = +\frac{1}{\sqrt{\alpha}},$$

$$r_3 = -\frac{R}{Z_c}.$$

Soit

$$\zeta = kQ\frac{Z_c}{R} + A_1 e^{\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}}} + A_2 e^{-\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}}} + A_3 e^{-\frac{R}{Z_c}\theta}. \tag{3.28}$$

Les conditions aux limites sont, en prenant pour origine des temps l'instant où y est maximum et égal à y_0 :

Pour $\theta = 0$, $y = y_0$, $\frac{dy}{d\theta} = 0$:

$$\zeta = -\zeta_0 + C \sin^2 \frac{\theta}{2\sqrt{\alpha}}. \tag{3.29}$$

Avec

$$\zeta_0 = k(y_0 - y_2) = k z_0 \tag{3.30}$$

et

$$C = 2\left(A_3 + kQ\frac{Z_c}{R}\right), \tag{3.31}$$

ζ_0 et C sont *a priori* indéterminés.

Par (3.24) et (3.29) on obtient

$$Z = \frac{C}{k} \sin^2 \frac{\theta}{2\sqrt{\alpha}}. \tag{3.32}$$

On voit que l'égalité (3.32) est valable pour les instants θ tels que $\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} < \pi$.

Pour préciser les conditions de validité des développements précédents, on reporte (3.29) dans (3.25) et on vérifie que le second membre reste bien toujours inférieur au premier.

Les conditions auxquelles on aboutit sont

$$k z_0 \ll 1 \quad \text{et} \quad \frac{k z_0}{\alpha} \ll 1. \tag{3.33}$$

En fait comme on a $\alpha \ll 1$, la condition (3.33) entraîne (3.32).

Or α est donné et l'inégalité (3.37) est toujours satisfaite quand K est très faible, ce qui est le cas avec des zones extrêmes p très peu résistives, analogues aux jonctions utilisées.

La forme d'onde du courant présente donc d'après le schéma précédent un intervalle de variation rapide T_1 avec un maximum très aigu suivi d'un intervalle à variation lente de durée T_2. Cette forme est en bon accord avec celle qui est observée expérimentalement comme on peut le voir sur la figure 3.10.

La durée T_1 est de l'ordre de la période d'oscillation du système self-inductance l_2, capacité C.

En basse fréquence, on a

$$T_1 \ll T_2 \quad \text{et} \quad T \simeq T_2.$$

En haute fréquence :

$$T_1 \simeq T_2 \quad \text{et} \quad T = T_1 + T_2.$$

Une des causes limitant la fréquence est donc l'existence d'éléments de self-inductances et de capacités parasites qui en fait sont en partie des éléments répartis et dont la diminution peut permettre d'accroître la fréquence. Une telle onde de courant est riche en harmoniques. Effectivement avec T_0 oscillant sur un fondamental égal à 10 Mc/s on a observé des harmoniques à 50 Mc/s, le spectre s'étendant du reste à des fréquences supérieures. L'accroissement de fréquence est donc lié pour une part à une diminution simultanée de L, R et C introduisant une diminution du temps de charge et à une diminution des éléments de self-inductances et de capacités parasites. Il est clair qu'une diminution de R peut devoir être accompagnée d'une modification de la caractéristique, la valeur de R devant pour une caractéristique donnée être toujours supérieure à une valeur limite facile à calculer.

Une autre raison qui intervient pour limiter la fréquence est l'inertie de la charge électronique, trous et électrons, existant au sein de l'espace d'interaction. Durant la montée brusque de courant existent des champs élevés (*voir* chap. 2) qui drainent les porteurs de part et d'autre de l'entrefer en empêchant toute défocalisation. Les fronts d'onde de l'impulsion de courant seront toujours raides. Par contre, quand le courant diminue, les champs diminuent et le temps d'écoulement des charges est probablement plus

élevé que leur temps d'admission, ceci d'autant plus que le courant du point Q est assez inférieur dans certains cas au courant correspondant au point P. De là résulte qu'étant données les densités élevées existant dans l'entrefer, un dégroupement transversal peut avoir lieu sous l'effet de la répulsion de Coulomb surtout au voisinage des plans d'extrémités P_1 et P_2. Cette répulsion injecte des porteurs dans des régions à champs moins élevés et mettent de ce fait un temps plus long à s'écouler. Il peut en résulter un certain traînage dans la partie décroissante de l'impulsion de courant. Effectivement on observe un tel traînage surtout aux fréquences élevées. Son origine est sans doute liée en partie à un tel dégroupement, mais surtout comme on le verra au chapitre 4 à l'inertie des électrons et au fait que leur vitesse varie peu à champ élevé. On pourrait du reste essayer d'éviter cette défocalisation en introduisant au voisinage des extrémités certaines électrodes ne débitant pas, et portées à des potentiels suffisants pour contrecarrer l'effet de la charge d'espace, ou bien encore en modifiant la forme des électrodes émettrices et collectrices. Une évaluation de la constante de temps de la charge électronique présente dans l'entrefer est donnée au chapitre suivant.

4. ÉTUDE DE LA CONSTANTE DE TEMPS DE LA CHARGE D'ESPACE DE LA ZONE MÉDIANE.

Le calcul de la constante de temps de la charge d'espace de la zone médiane est nécessaire pour connaître l'un des facteurs qui peut limiter la fréquence d'oscillation liée au cycle étudié au chapitre précédent. Cette constante de temps est évaluée ici sans faire intervenir un éventuel dégroupement transversal.

Durant le trajet PB_1B_2Q' le point représentatif de l'état du semi-conducteur parcourt la courbe caractéristique, la tension supplémentaire intervenant dans le tracé de B étant la tension inductive des self-inductances parasites. On admet dès lors que les champs et la charge d'espace existant au sein de la zone médiane suivent bien les variations d'intensité, la durée d'établissement du régime s'établissant après une variation d'intensité donnée étant très faible par rapport à la durée de la variation elle-même. D'une façon générale, pour qu'il n'y ait pas de perturbation due à l'inertie des porteurs, il faut que la constante de temps de la charge d'espace comprise dans la zone médiane soit très inférieure à la période de l'oscillation observée et à celle de ses harmoniques dont l'amplitude est grande, le cycle PB_1B_2Q' étant riche en harmoniques.

Ce fait doit être vérifié sur la plus grande partie possible de l'espace de décharge pour tous les régimes d'intensité possibles qui sont rencontrés au cours d'un cycle d'oscillation.

On utilise alors la méthode suivante :

On remarque tout d'abord que le temps de transit des porteurs à travers l'espace médian est très inférieur à la période d'oscillation, n'introduisant pas de perturbations en haute fréquence. La constante de temps que l'on recherche est une propriété intrinsèque de l'espace de décharge qui définit si l'on peut dire son aptitude à la décharge. Dès lors on considère un régime initial repéré par l'indice zéro, état $\mathcal{E}_0$ pris parmi tous les régimes possibles existant au cours d'un cycle, et un plan P quelconque compris entre P_1 et P_2 définissant une section dudit espace. On introduit une petite perturbation sur l'intensité, perturbation qui, étant petite, pourra dépendre du temps par le facteur $e^{j\omega t}$. La constante de temps relative à une telle perturbation est en première approximation indépendante de son amplitude. A chaque quantité repérée par un indice zéro (intensité, champ électrique, densité de charge, etc.) correspondra une perturbation qui s'exprimera en fonction de ω soit de façon directe, soit au moyen d'une égalité différentielle traduisant le comportement local de la perturbation. La valeur de la constante de temps du système sera alors donnée par la valeur de ω la plus basse pour laquelle dans les expressions qui viennent d'être définies les termes dépendant de ω auront des valeurs numériques qui ne seront plus négligeables devant celles correspondant à une pulsation nulle, soit $\omega = 0$.

Les égalités de base régissant l'état $\mathcal{E}_0$ seront écrites avec les espressions des vitesses (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*), à savoir

$$(2.2\ ter)\qquad v_p = \mu_p E_c^{\frac{n-1}{n}} E^{\frac{1}{n}},$$

$$(2.3\ ter)\qquad v_n = \mu_n E_c^{\frac{n-1}{n}} E^{\frac{1}{n}},$$

$$(4.1)\qquad \frac{dE_0}{dx} = \frac{4\pi q}{\varkappa\varepsilon_0}(p_0 - n_0),$$

$$(4.2)\qquad I_0 = q(p_0\mu_p + n_0\mu_n) E_c^{\frac{n-1}{n}} E^{\frac{1}{n}},$$

$$(4.3)\qquad \frac{1}{q}\frac{d}{dx}(I_{p_0}) = g_0 + \frac{I_0}{q} g_k E_0^k.$$

L'utilisation de (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*) permet de tenir compte du fait que, à champ très élevé, la

vitesse des porteurs varie peu et ce fait est probablement l'une des causes pouvant conduire à une constante de temps non négligeable. Elles donnent d'autre part des expressions générales d'où l'on peut déduire des expressions applicables à tel ou tel cas particulier désiré suivant la valeur particulière donnée à n. Il est bien entendu qu'il n'y a dans la suite aucune confusion possible entre la lettre n désignant la densité électronique et l'exposant figurant dans l'expression des vitesses (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*).

On pose

$$(4.4)\quad E = E_0(x) + e(x)\,e^{j\omega t}, \qquad \text{avec}\quad |e(x)| \ll E_0.$$

$$(4.5)\quad p = p_0(x) + p(x)\,e^{j\omega t}, \qquad \text{»}\quad |p(x)| \ll p_0.$$

$$(4.6)\quad n = n_0(x) + n(x)\,e^{j\omega t}, \qquad \text{»}\quad |n(x)| \ll n_0.$$

$$(4.7)\quad i = I_0(x) + i_1\,e^{j\omega t}, \qquad \text{»}\quad i_1 \ll I_0.$$

Les égalités de base écrites en régime perturbé sont

$$(4.8)\quad I_0 + i(t) = q\,\{\overline{p+p_0}\,\mu_p + \overline{n+n_0}\,\mu_n\}\times E_c^{\frac{n-1}{n}}(E_0+e)^{\frac{1}{n}} + \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi}\frac{\partial e}{\partial t},$$

$$(4.9)\quad \frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{4\pi q}{\kappa\varepsilon_0}(p_0 - n_0) + \frac{4\pi q}{\kappa\varepsilon_0}(p - n).$$

$$(4.10)\quad \frac{\partial p}{\partial t} + \mu_p\frac{\partial}{\partial x}\left\{\overline{p+p_0}\,E_c^{\frac{n-1}{n}}(E_0+e)^{\frac{1}{n}}\right\} = g_0 + \frac{I_0 + i(t) - \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi}\frac{\partial e}{\partial t}}{q}\,g_k\,E_0^k\left(1+\frac{e}{E_0}\right)^k$$

ou bien encore en se limitant au premier ordre :

$$(4.11)\quad i(t) = q(p\mu_p + n\mu_n)\,E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}} + q(p_0\mu_p + n_0\mu_n)\,E_c^{\frac{n-1}{n}}\frac{1}{n}\frac{e}{E^{\frac{n-1}{n}}} + \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi}\frac{\partial e}{\partial t},$$

$$(4.12)\quad \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{4\pi q}{\kappa\varepsilon_0}(p - n).$$

$$(4.13)\quad \frac{\partial p}{\partial t} + \mu_p E_c^{\frac{n-1}{n}}\frac{\partial}{\partial x}\left\{p\,E_0^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n}p_0\frac{e}{E_0^{\frac{n-1}{n}}}\right\} = \frac{i(t)}{q}g_k E_0^k + \frac{I_0}{q}g_k E_0^{k-1}ke - \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi q}g_k E_0^k\frac{\partial e}{\partial t}.$$

De (4.11) et (4.12) on tire les valeurs de p et de n, compte tenu des expressions de p_0 et n_0 qu'on peut tirer de (4.1) et (4.2)

$$(4.14)\quad p_0 = \frac{I_0}{q(\mu_p+\mu_n)}\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}} + \frac{\mu_n}{\mu_p+\mu_n}\frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi q}\frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{d}x},$$

$$(4.15)\quad n_0 = \frac{I_0}{q(\mu_p+\mu_n)}\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}} - \frac{\mu_p}{\mu_p+\mu_n}\frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi q}\frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{d}x};$$

$$(4.16)\quad p = \frac{i(t)}{q(\mu_p+\mu_n)E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}} - \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi q(\mu_p+\mu_n)}\times\left\{\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}}\frac{\partial e}{\partial t} - \mu_n\frac{\partial e}{\partial x}\right\} - \frac{I_0}{q}\frac{1}{\mu_p+\mu_n}\frac{1}{n}\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}}\frac{e}{E_0^{\frac{n+1}{n}}},$$

$$(4.17)\quad n = \frac{i(t)}{q(\mu_p+\mu_n)E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}} - \frac{\kappa\varepsilon_0}{4\pi q(\mu_p+\mu_n)}\times\left\{\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}E_0^{\frac{1}{n}}}\frac{\partial e}{\partial t} + \mu_p\frac{\partial e}{\partial x}\right\} - \frac{I_0}{q}\frac{1}{\mu_p+\mu_n}\frac{1}{n}\frac{1}{E_c^{\frac{n-1}{n}}}\frac{e}{E_0^{\frac{n+1}{n}}}.$$

En reportant ces valeurs dans l'équation de continuité (4.13), on obtient l'égalité à laquelle satisfait la perturbation du champ électrique $e(x)$. On écrit cette relation en introduisant les quantités réduites déjà définies. Il vient en posant

$$(4.18)\quad z = G_c^{\frac{n-1}{n}}G_0^{\frac{1}{n}}\,\varepsilon.$$

$$(4.19)\quad \frac{\partial^2 z}{\partial\xi^2} + j\omega B^2\left(\frac{1}{D_p}-\frac{1}{D_n}\right)\frac{1}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}}\frac{\partial z}{\partial\xi} - \left\{k\gamma_k G_0^{k-2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} + j\omega B^2\left(\frac{1}{D_p}-\frac{1}{D_n}\right)\frac{1}{n}\frac{G_0'}{G_0^2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} + (1-\mu)\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\gamma_k}{\lambda_0}G_0^{k-1}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} - \frac{1}{\mu}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{1}{n}\frac{\lambda_0}{G_0^3}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}} + \frac{\omega^2 B^4}{D_pD_n}\frac{1}{G_0^2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}}\right\}z = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left\{\gamma_k G_0^k - \frac{1}{\mu}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\lambda_0}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right\}.$$

Toujours en coordonnées réduites les expressions de u, v, λ_p et λ_n valeurs réduites perturbées des densités de charge et des courants sont

$$(4.20)\quad u = \frac{\lambda_1}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} - \frac{j\omega B^2}{D_p + D_n}\left(\frac{z}{G_0}\right)\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} - (1-\mu)\frac{dz}{d\xi} - \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda_0}{G_0}\right)\left(\frac{z}{G_0}\right)\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

$$(4.21)\quad v = \frac{\lambda_1}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} - \frac{j\omega B^2}{D_p + D_n}\left(\frac{z}{G_0}\right)\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} + \mu\frac{dz}{d\xi} - \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda_0}{G_0}\right)\left(\frac{z}{G_0}\right)\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

$$(4.22)\quad \lambda_n = \mu\left\{\lambda_1 - \frac{j\omega B^2}{D_p + D_n}z - \frac{1-\mu}{n}G_0\left(\frac{G_c}{G_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}z - (1-\mu)G_0\left(\frac{G_c}{G_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\frac{dz}{d\xi}\right\},$$

$$(4.23)\quad \lambda_p = (1-\mu)\left\{\lambda_1 - \frac{j\omega B^2}{D_p + D_n}z + \frac{\mu}{n}G_0\left(\frac{G_c}{G_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}z + \mu G_0\left(\frac{G_c}{G_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\frac{dz}{d\xi}\right\}.$$

On remarque que dans l'espace de décharge, à partir de l'instant où l'on atteint le maximum de tension, c'est-à-dire dès l'instant où l'ionisation du matériau médian devient importante, les valeurs maxima de champ rencontrées au droit de P_1 et P_2 varient très lentement $\left(\text{en } \lambda^{\frac{1}{k+2}}\right.$ dans le cas de $\left.\text{l'annexe I}\right)$, ceci provenant de ce que l'ionisation est proportionnelle à une puissance élevée du champ (en posant $k = 6{,}2$) et que dès lors une faible variation des champs suffit à rendre compte d'une très forte variation des courants. Par contre, à fort courant apparaît un minimum prononcé du champ électrique. Il s'ensuit que la gamme de variation du champ électrique est bien connue.

En se reportant au second membre de l'égalité (4.19) on voit, avec les valeurs numériques données au second chapitre, et compte tenu de la valeur de G_c déduite des courbes de Ryder, que pour des fréquences supérieures ou égales à 10 Mc/s, avec $\omega = 6{,}28.10^7$ on a pour $G \sim 100$:

$$(4.24)\qquad \gamma_k G_0^k \simeq \left|\frac{1}{2}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\lambda_0}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right|,$$

c'est-à-dire que le terme dépendant de ω n'est plus négligeable devant le terme existant pour $\omega = 0$, à savoir $\gamma_k G_0^k$. Or $G \sim 100$ correspond à un champ d'environ 50 000 V/cm qui est réalisé facilement à basse tension, courants faibles, et certainement à courant fort, vu l'existence du minimum de tension dans la zone médiane. Si l'on admet, comme on l'a déjà fait, ce qui ne modifie pas les conclusions, que μ_p et μ_n sont égaux dans (2.2 *ter*) et (2.3 *ter*), l'égalité (4.19) se simplifie un peu et devient

$$(4.25)\quad \frac{d^2 z}{d\xi^2} - \left\{k\gamma_k G_0^{k-2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} + \frac{1}{2}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\gamma_k}{\lambda_0}G_0^{k-1}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} - \frac{2}{n}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\lambda_0}{G_0^3}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}} + \frac{\omega^2 B^4}{D_p^2}\frac{1}{G_0^2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}}\right\}z = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left\{\gamma_k G_0^k - 2\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\lambda_0}{G_0}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right\}.$$

Dans le groupe de termes du crochet, en facteur de z le terme prépondérant et dépendant de ω est

$$-\frac{2}{n}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{\lambda_0}{G_0^3}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}}.$$

Pour les valeurs de ω sudites et pour les mêmes valeurs de n que précédemment on voit exactement dans les mêmes conditions que plus haut, que le terme dépendant de ω n'est plus négligeable devant le terme continu ; c'est-à-dire :

$$(4.26)\quad k\gamma_k G_0^{k-2}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{\frac{n-1}{n}} \simeq \left|-\frac{1}{2}\frac{j\omega B^2}{D_p}\frac{1}{n}\frac{\lambda_0}{G_0^3}\left(\frac{G_0}{G_c}\right)^{2\frac{n-1}{n}}\right|.$$

Donc, dans l'égalité (4.25), pour des fréquences de l'ordre ou supérieures à 10 Mc/s notamment pour les fréqnences harmoniques de 10 Mc/sec on voit que l'égalité différentielle régissant la perturbation z commencera à différer de celle existant quand $\omega = 0$. L'inverse de cette valeur, soit 10^{-7} sec, donne l'ordre de grandeur de la constante de temps de la charge existant dans l'espace médian et elle est en bon accord avec les faits expérimentaux (fréquences maxima observées : 25 et 33 Mc/s).

On peut voir enfin, au moyen de (4.20), (4.21), (4.22) et (4.23) que pour ces valeurs de ω, les termes dépendant de ω commencent à ne plus être négligeables par rapport aux termes continus correspondants. Le cycle théorique est donc perturbé.

Les sauts d'intensité ne peuvent avoir lieu brusquement, l'oscillation ne pouvant alors plus avoir lieu sous sa forme initiale.

Il apparaît donc que de tous les facteurs étudiés pouvant limiter la fréquence du cycle d'oscillation étudié, celui qui joue le rôle le plus important est la constante de temps de la charge spatiale, compte non tenu d'un dégroupement transversal possible qui diminuerait encore la possibilité d'oscillation.

CONCLUSION.

Le travail précédent a été consacré à l'étude de l'état électronique existant au sein de certaines structures semi-conductrices du type *p-i-p* en régime d'ionisation interne et à la recherche de la fréquence limite de certaines oscillations qu'on peut obtenir avec celles-ci.

— Dans un premier chapitre on a résumé les travaux qui ont déjà traité de l'existence de caractéristiques présentant des pentes négatives et l'on présente les résultats expérimentaux qui font l'objet de l'étude actuelle.

— Dans un second chapitre on a recherché quels pourraient être les mécanismes électroniques pouvant rendre compte des résistances négatives observées. On a envisagé deux mécanismes qui peuvent expliquer de telles caractéristiques, mécanismes appelés I et II. Le mécanisme I fait appel à une ionisation interne du matériau médian et à l'existence d'une zone à recombinaison élevée, située au droit de la jonction émettrice, et qui intéresse la totalité du courant. Le second mécanisme ne fait pas appel à une ionisation interne du matériau médian, mais suppose un facteur de multiplication du courant de porteurs minoritaires, situé au droit du collecteur, dus à la proximité d'une paroi métallique. Ce facteur de multiplication peut ne pas provenir d'un effet du type « hook » mais simplement d'une attraction électrostatique prenant naissance au voisinage du plan métallique collecteur. Une telle jonction qui peut toujours être appelée à la rigueur *p-i-p* sera dite de préférence *p-i*-métal. La majorité du second chapitre est consacrée au développement du premier mécanisme qui a été fait au moyen d'approximations respectant les phénomènes physiques. L'existence d'une résistance dynamique négative est liée à la présence à partir d'un certain courant d'un minimum du champ électrique au sein de l'espace de décharge, minimum qui va s'accentuant au fur et à mesure que le courant croît, rendant l'intégrale du champ électrique fonction décroissante du courant. Comme on le voit dans cette explication, la charge d'espace joue un rôle essentiel, ce qui est assez naturel vu que l'ionisation introduit au sein du matériau un nombre considérable de porteurs libres. Une confrontation des prévisions théoriques et des résultats expérimentaux fait apparaître un accord acceptable.

— Dans le troisième chapitre on a étudié les oscillations observées avec les structures présentées au premier chapitre. Ces oscillations sont bien du type à relaxation. On précise alors le tracé du cycle en mettant en évidence le rôle que peuvent avoir les paramètres secondaires, self-inductances et capacités parasites, pour limiter la fréquence de l'oscillation, en imposant une valeur minimum au temps de décharge du condensateur existant aux bornes du semi-conducteur. On signale que l'oscillation d'intensité est très riche en harmoniques pouvant, avec un fondamental à 30 Mc/s, conduire à des composantes harmoniques non négligeables vers 150 Mc/s.

— Dans le quatrième chapitre on a étudié la limitation en fréquence provenant de la constante de temps de la charge électronique présente pendant la décharge au sein de la zone intrinsèque en admettant un fonctionnement d'après le mécanisme I. On montre que cette constante de temps est pour du germanium et à la température de fonctionnement de l'ordre d'une dizaine de mégacycles par seconde. Cette valeur est liée au fait que la vitesse de propagation des porteurs varie peu en fonction du champ électrique quand celui-ci prend une valeur très élevée. Elle pourrait être plus haute si les mobilités au sens ordinaire, c'est-à-dire à champ faible, étaient plus grandes. D'où la nécessité pour cela de réaliser des éléments au moyen de matériaux différents du germanium, présentant, pour les deux types de porteurs, une mobilité plus élevée, ou pour l'un d'entre eux à la rigueur, l'antimoine-indium par exemple. On pourrait alors, ce qui ne semble pas impossible, envisager la construction d'oscillateurs pouvant être rattachés au type à relaxation dont les fréquences fondamentales se situeraient au voisinage de 100 Mc/s, conduisant, sur harmoniques, à des oscillations de fréquence pouvant aller jusqu'à 500 Mc/s.

On signale enfin que le modèle théorique étudié ici, à savoir structure *p-i-p* zone de forte recombinaison à l'entrée est un modèle auquel peuvent se ramener d'autres dispositifs, apparemment plus

complexes, et pour lesquels le traitement spécial précédent reste valable.

L'auteur tient à remercier vivement M. M. Ponte, Directeur général de la Compagnie générale de T.S.F. et de la Société Française Radioélectrique pour les moyens et les délais qui lui ont été accordés. Ce travail a été réalisé au Département de Recherches « Électronique et Atomistique » de la Compagnie Générale de T. S. F. dirigé par M. R. R. Warnecke en liaison avec le Laboratoire de Physique des Solides de l'École Normale Supérieure dirigé par le Professeur P. Aigrain. Les éléments semi-conducteurs ont été réalisés par le Département « Semi-Conducteurs » de la Compagnie Générale de T. S. F. dirigé par M. Dugas. L'auteur leur exprime ici sa reconnaissance ainsi qu'à MM. P. Guénard et J. P. Vasseur pour les échanges de vues qu'il a eus avec eux au cours de ce travail. Il remercie enfin M. J. Achard pour son active collaboration au cours de cette étude.

ANNEXE I.

ÉTUDE DE LA CARACTÉRISTIQUE INTENSITÉ-TENSION DANS LE CAS GÉNÉRAL D'UNE IONISATION PROPORTIONNELLE A LA PUISSANCE k DU CHAMP.

Dans le chapitre II on a montré comment pouvait s'introduire une résistance négative dans le dispositif semi-conducteur étudié suivant le mécanisme I. Les développements étaient basés sur une expression du taux d'ionisation unitaire permettant une intégration des équations figurant dans l'écriture des conditions sur limites et du calcul de la tension. Dans cette expression particulière le taux d'ionisation unitaire était pris proportionnel à la puissance $k = 2$ du champ électrique, avec une valeur de la constante de proportionnalité telle que les taux d'ionisation obtenus soient voisins, aux endroits où le champ électrique est élevé, de la valeur qu'on obtiendrait en prenant un taux proportionnel à la puissance 6,2 du champ ($k = 6{,}2$). Les développements liés à cette hypothèse mettent en évidence le mécanisme progressif d'apparition de la résistance négative et l'on peut penser que c'est bien là un processus général lié beaucoup moins à une valeur particulière de k qu'au fait que le taux d'ionisation global est proportionnel au courant.

Dans la suite on part d'une valeur de k quelconque supérieure à 2 et l'on montre, guidé par les résultats du chapitre II, que le processus d'apparition de la résistance négative est analogue point par point à celui vu pour $k = 2$.

On posera dans tout ce qui suit $k + 2 = n$. On supposera seulement, l'hypothèse $k = 2$ ayant été déjà envisagée, qu'on a $k > 2$, d'où $n > 4$.

1. Conditions aux limites.

Les équations de base et les conditions aux limites sont celles écrites au chapitre II. Ces dernières s'écrivent différemment suivant que G' s'annule ou ne s'annule pas dans la zone médiane.

A. *Premier régime* : $G' \neq 0$ en tout point de la zone médiane :

$$\frac{\lambda}{\mu(1-\mu)} \geq \frac{G_1^2}{Q} \geq \frac{\lambda}{\mu}, \tag{1}$$

$$G_2^n - G_1^n = \frac{1}{\lambda\Gamma}\left\{\frac{2\mu - 1}{\mu^2(1-\mu)^2}\lambda^2 + \frac{2\lambda}{\mu}\frac{G_1^2}{Q} - \frac{G_1^4}{Q^2}\right\}, \tag{2}$$

$$\int_{G_1}^{G_2} \frac{G\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^n - G_2^n) + \left(\dfrac{\lambda}{1-\mu}\right)^2}} = \varepsilon. \tag{3}$$

En donnant à Γ la valeur numérique convenable.

B. *Deuxième régime* : $G' = 0$ en un point de la zone médiane d'abscisse réduite ξ_0.

On considère successivement les deux intervalles :

a. $\xi_0 < \xi < \varepsilon$:

$$\lambda\Gamma(G_2^n - G_0^n) = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2; \tag{4}$$

b. $0 < \xi < \xi_0$:

$$\lambda\Gamma(G_1^n - G_0^n) = \left(\frac{\lambda}{\mu} - \frac{G_1^2}{Q}\right)^2. \tag{5}$$

Enfin, en écrivant que l'épaisseur réduite de la zone médiane est ε :

$$\int_{G_0}^{G_2} \frac{G\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^n - G_0^n)}} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{G\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^n - G_0^n)}} = \varepsilon. \tag{6}$$

2. Allure de la caractéristique intensité-tension à courant croissant.

Quand on augmente la tension à partir de zéro, il s'agit de savoir quel est celui des deux régimes qu'on rencontre en premier. On remarque alors que $G' = 0$ signifie que dans le plan de section droite où cette égalité a lieu, les densités de trous et d'électrons sont égales. Initialement il n'y a que des trous, vu que l'émetteur est du type p et que les électrons ne peuvent provenir que d'une ionisation du matériau, qui n'a lieu que pour des champs

élevés. Donc on a $G' > 0$ dans toute la zone médiane à bas champ : le premier régime est valable.

Dès lors on voit que, quand λ tend vers zéro, G_2 et G_1 tendent vers zéro et $\frac{G_1^2}{\lambda Q}$ tend vers $\frac{1}{\mu(1-\mu)}$. Sur la figure 2.3 le point représentatif du système à courant nul est situé en A.

Quand le courant augmente, le point représentatif se déplace le long de la courbe $f(x)$ à partir de A vers M. Le problème est alors de savoir s'il atteindra M quand le courant continuera d'augmenter.

La condition (3) devient, en posant $\zeta = \frac{G}{G_2}$:

$$(7)\qquad \frac{\xi}{G_2^2} = \int_{\frac{G_1}{G_2}}^{1} \frac{\zeta\, d\zeta}{\sqrt{\left[\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n\right] + \lambda\Gamma G_2^n \zeta^n}}$$

ou encore

$$(8)\qquad 2\xi\sqrt{\lambda\Gamma}\, G_2^{\frac{n}{2}-2} = \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2}^{1} \frac{d\zeta}{\sqrt{A + \zeta^{\frac{n}{2}}}},$$

avec

$$(9)\qquad A = \frac{\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n}{\lambda\Gamma G_2^n}.$$

Au début, on a $A > 0$, soit

$$(10)\qquad \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n > 0.$$

On le voit en écrivant (2) comme suit :

$$(11)\qquad \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n = \left(\frac{G_1^2}{Q} - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_1^n.$$

Mais on a vu que, à courant très faible :

$$(12)\qquad \frac{G_1^2}{\lambda Q} \sim \frac{1}{\mu(1-\mu)}.$$

D'où

$$(13)\qquad \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n \sim \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma\left[\frac{\lambda Q}{\mu(1-\mu)}\right]^{\frac{n}{2}}.$$

Expression qui est bien positive pour λ tendant vers zéro ($n > 4$).

On va étudier maintenant son comportement au fur et à mesure de la croissance du courant.

a. Cas $A > 0$. — Dans la mesure où l'on a $A \geq 0$, on déduit de (8)

$$(14)\qquad 2\xi(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left\{\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n\right\}^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}} = \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 A^{-\frac{2}{n}}}^{A^{-\frac{2}{n}}} \frac{d\zeta}{\sqrt{1+\zeta^{\frac{n}{2}}}}.$$

Avec l'hypothèse $n > 4$ on voit que $\frac{1}{2} - \frac{2}{n} > 0$.

D'après cette égalité, quand λ augmente, le premier membre reste fini, dans la mesure où $A \geq 0$, c'est-à-dire

$$(15)\qquad \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n \geq 0.$$

Supposons que, quand λ croît indéfiniment, la quantité $\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n$ reste toujours supérieure à une quantité finie ou nulle. Dans ce cas, le premier membre de (14) tend vers l'infini. L'intégrale du second membre est toujours finie. L'égalité n'est donc pas possible dans ces conditions au-delà d'un certain courant.

Si $\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n$ tend vers zéro, par valeurs positives, quand λ tend vers l'infini de façon que $(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left[\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n\right]^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}$ tende vers une limite finie différente de zéro, on arrive à une impossibilité dans ces conditions, vu qu'alors l'intégrale du second membre tend vers zéro. Si la limite est nulle, on remarque que l'on a toujours

$$(16)\qquad \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 A^{-\frac{2}{n}}}^{A^{-\frac{2}{n}}} \frac{d\zeta}{\sqrt{1+\zeta^{\frac{n}{2}}}} \geq \frac{A^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}\left[1-\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2\right]}{\sqrt{1+\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n}} \geq A^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}\left(\frac{G_2}{G_1}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

Mais

$$(17)\qquad \lambda\Gamma G_2^n \sim \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2.$$

Il en découle par (11)

$$(18)\qquad \lambda\Gamma G_1^n \sim \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2.$$

D'où, en utilisant l'expression (9) de A :

$$(19)\qquad \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 A^{-\frac{2}{n}}}^{A^{-\frac{2}{n}}} \frac{d\zeta}{\sqrt{1+\zeta^{\frac{n}{2}}}}\,(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}} \geq \left\{\left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 - \lambda\Gamma G_2^n\right\}^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}} \frac{1}{(\Gamma\lambda)^{\frac{1}{2}}}\,\frac{G_2^2}{G_1^{\frac{n}{2}}}.$$

En comparant à (14) on doit avoir pour λ croissant au-delà de toute limite :

$$(20)\qquad 2\xi \geq \frac{1}{(\lambda\Gamma)^{\frac{1}{2}}}\,\frac{G_2^2}{G_1^{\frac{n}{2}}}.$$

inégalité qu'il est impossible de satisfaire dans ces dernières conditions, étant donné (17) et (18) pour λ suffisamment grand, dès que $n > 2$, ce qui est toujours le cas vu que $n = k + 2$ (*voir* plus haut) avec $k > 0$. L'égalité (14), qui suppose $A > 0$ ne peut donc en aucune façon être satisfaite pour A infini. On en déduit que A s'annule pour une valeur finie de λ.

b. Cas $A < 0$. — Les valeurs de λ considérées maintenant sont supérieures à celles qui correspondent au cas $A > 0$.

On pose dans ce cas

$$(21)\qquad -A = B = \frac{\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2}{\lambda\Gamma G_2^n}.$$

Il vient dès lors pour (3) :

$$(22)\qquad 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}\,G_2^{\frac{n}{2}-2} = \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2}^{1}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - B}}$$

ou encore

$$(23)\qquad 2\varepsilon(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left\{\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}} = \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 B^{-\frac{2}{n}}}^{B^{-\frac{2}{n}}}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - 1}},$$

on envisage alors plusieurs hypothèses :

— La quantité $\left|\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right|$ reste supérieure à une valeur finie pour λ augmentant indéfiniment. Dès lors, le premier membre devient aussi grand qu'on le veut et le second restant borné, l'égalité est impossible dans ces conditions.

— La quantité $(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left|\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right|^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}$ tend vers une valeur finie différente de zéro. Ceci suppose que $\left|\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right|$ tend vers zéro. Dès lors B tend vers zéro et $B^{-\frac{2}{n}}$ vers l'infini.

On peut voir d'autre part au moyen de (2) ou (11) que $\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n$ tend vers une limite finie non nulle. L'intégrale du deuxième membre de (23) tend donc vers zéro. L'égalité (23) est, dans ces conditions, impossible.

La quantité $(\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left|\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right|^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}$ tend vers zéro. On remarque alors que l'on a

$$(24)\qquad \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 B^{-\frac{2}{n}}}^{B^{-\frac{2}{n}}}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - 1}} < \frac{B^{-\frac{2}{n}}\left[1 - \left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2\right]}{\sqrt{B^{-1}\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n - 1}} < \frac{B^{\frac{1}{2}-\frac{2}{n}}}{\sqrt{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n - B}}.$$

C'est-à-dire

$$(25)\qquad \int_{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^2 B^{-\frac{2}{n}}}^{B^{-\frac{2}{n}}}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - 1}} = (\lambda\Gamma)^{\frac{2}{n}}\left[\lambda\Gamma G_2^n - \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}-\frac{n}{2}} < \frac{1}{(\lambda\Gamma)^{\frac{1}{2}}}\,\frac{1}{G_2^{\frac{n}{2}-2}}\,\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n - B}}.$$

On peut voir encore que dans ce cas quand λ :

$$(26)\qquad \lambda\Gamma G_2^n \sim \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2 \quad \text{et} \quad \lambda\Gamma G_1^n \sim \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2.$$

Donc que

$$(27)\qquad \left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n \sim \left(\frac{1-\mu}{\mu}\right)^2$$

donc que l'inégalité (23) se réduit à

$$(28)\qquad 2\varepsilon < \frac{1}{(\lambda\Gamma)^{\frac{1}{2}}}\,\frac{1}{G_2^{\frac{n}{2}-2}}\,\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{G_1}{G_2}\right)^n - B}}$$

qui ne peut évidemment être satisfaite au-delà d'une certaine valeur de λ. Donc l'égalité (23) ne peut être satisfaite quand λ augmente indéfiniment; on en déduit que la quantité

$$(29)\qquad G_1 G_1' = \lambda\Gamma(G_1^n - G_2^n) + \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2$$

passe obligatoirement par zéro pour une valeur finie de λ, sinon on retomberait sur l'un des cas étudiés plus haut. Il en résulte que ce qu'on a appelé le second régime se produit obligatoirement à partir d'un certain courant.

c. On a dans ce cas un minimum de champ dans la zone médiane. La relation (6) s'écrit

$$(30)\qquad \int_1^{\left(\frac{G_2}{G_0}\right)^2}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - 1}} + \int_1^{\left(\frac{G_1}{G_0}\right)^2}\frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta^{\frac{n}{2}} - 1}} = 2\varepsilon\sqrt{\lambda\Gamma}\,G_0^{\frac{n}{2}-2}.$$

Le premier membre de (30) restant toujours fini,

on voit que quand $\lambda \to \infty$, $G_0 \to 0$. D'autre part (4) et (5) montrent que G_2^n et G_1^n sont proportionnels à λ, donc que $\frac{G_2}{G_0}$ et $\frac{G_1}{G_0}$ tendent vers l'infini, ce qui montre que $G_0^{\frac{n}{2}-2}$ tend vers zéro comme $\lambda^{\frac{1}{2}}$. Les égalités (4), (5) et (6) peuvent donc toujours être satisfaites quand λ augmente indéfiniment.

En ce qui concerne la tension réduite totale Υ on peut écrire

$$(31)\qquad \int_{G_0}^{G_2} \frac{G^2\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^n - G_0^n)}} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{G^2\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma(G^n - G_0^n)}} = \Upsilon,$$

c'est-à-dire

$$\Upsilon = \frac{1}{G_0^{\frac{n}{2}-3}\sqrt{\lambda\Gamma}} \left\{ \int_1^{\frac{G_1}{G_0}} \frac{\zeta^2\,\mathrm{d}\zeta}{\sqrt{\zeta^n - 1}} + \int_1^{\frac{G_1}{G_0}} \frac{\zeta^2\,\mathrm{d}\zeta}{\sqrt{\zeta^n - 1}} \right\}.$$

Or, on vient de voir que

$$G_0^{\frac{n}{2}-2} \simeq \lambda^{-\frac{1}{2}}.$$

D'où

$$G_0^{\frac{n}{2}-3} (\lambda\Gamma)^{\frac{1}{2}} \sim \lambda^{-\frac{1}{2}\frac{n-6}{n-4}} \lambda^{\frac{1}{2}},$$

$$\begin{cases} \left[G_0^{\frac{n}{2}-3} (\lambda\Gamma)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \simeq (\lambda)^{-\frac{1}{n-4}} \to 0 \\ \text{pour} \quad \lambda \to \infty \quad \text{quand } n > 4. \end{cases}$$

Donc la tension réduite Υ tend vers zéro comme $\lambda^{-\frac{1}{n-4}}$ pour n tendant vers l'infini. Ceci suppose que les intégrales entre crochets soient convergentes. Ceci n'est pas vrai pour n inférieur à 6. En fait, on peut montrer que dans tous les cas Υ, tend vers zéro quand λ croît quand $n > 4$. Il existe donc bien à courant élevé une portion de caractéristique à résistance dynamique négative.

Cette caractéristique a une forme différente suivant la valeur de n, mais l'existence d'une résistance négative est liée, non pas à une valeur particulière de n, mais au fait que le taux d'ionisation total, pour une section droite quelconque, est proportionnel au courant.

En conclusion, on voit que pour tous les cas où $n \geq 4$, soit $k \geq 2$, apparaît à courant élevé une résistance négative. La forme de la caractéristique intensité-tension dépend de n et la résistance dynamique négative est d'autant moins marquée que n est plus grand. La modification progressive des champs a donc bien la même allure dans le cas général que dans le cas $n = 4$, l'existence d'un minimum de champ dans la zone médiane conduisant à une résistance dynamique négative.

ANNEXE II.

On développe ici les égalités de base écrites en utilisant pour expressions des vitesses des porteurs p ou n celles données par (2 *ter*) et (3 *ter*) avec $n = 2$, en accord avec l'étude de Shockley déjà mentionnée. On a pour des champs élevés :

$$(1)\qquad v_p = \mu_p \sqrt{E_c E}$$

et

$$(2)\qquad v_n = \mu_n \sqrt{E_c E}.$$

Les égalités de base sont alors

$$(3)\qquad \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{4\pi q}{\varkappa\varepsilon_0}(p - n),$$

$$(4)\qquad I = q(p\mu_p + n\mu_n)\sqrt{E_c E},$$

$$(5)\qquad \frac{1}{q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(I_p) = q_0 + \frac{I}{q} g_k E^k,$$

avec

$$(6)\qquad I_p = qp\mu_p E_c^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}},$$

$$(7)\qquad I_n = qn\mu_n E_c^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{2}}.$$

1. DÉVELOPPEMENT DES ÉGALITÉS DE BASE.

On procède exactement comme dans le cas $n = 1$, vu au chapitre II. A chaque égalité du chapitre II (cas $n = 1$) correspond une égalité analogue déduite de façon analogue des équations (3), (4) et (5). On ne reprendra donc pas ici les étapes intermédiaires et l'on écrira directement les relations cherchées.

L'égalité différentielle satisfaite par $G(\xi)$ est

$$(8)\qquad G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G' = \pm\sqrt{\frac{2\gamma_k}{k + \frac{3}{2}} G^{k+\frac{3}{2}} + G_1},$$

G_1 étant une constante déterminée par les conditions aux limites.

Les densités réduites v et u sont données par

$$(9)\qquad G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} v = \lambda + \mu G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G',$$

$$(10)\qquad G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} u = \lambda - (1 - \mu) G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G'.$$

Les courants réduits λ_p et λ_n sont

$$\lambda_p = (1-\mu)\left\{\lambda + \mu\, G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G'\right\}, \tag{11}$$

$$\lambda_n = \mu\left\{\lambda - (1-\mu)\, G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G'\right\}. \tag{12}$$

Les équations de propagation dans les zones p sont inchangées.

Les conditions aux limites en P_1 et P_2 conduisent à

$$\frac{\lambda + \mu\, G_c^{\frac{1}{2}} G_1^{\frac{1}{2}} G'_1}{G_c G_1} = \frac{\mu}{Q}, \tag{13}$$

$$\lambda - (1-\mu)\, G_c^{\frac{1}{2}} G_2^{\frac{1}{2}} G'_2 = 0. \tag{14}$$

On montre alors qu'il y a succession de deux régimes, un premier régime à courants faibles où le champ croît continûment dans l'espace d'interaction, la tension étant alors une fonction croissante de l'intensité. A partir d'une certaine valeur apparaît un minimum de courant à partir d'une certaine valeur de celui-ci. On va préciser ce point. On suppose atteinte une valeur du courant pour laquelle existe au sein de la zone médiane un minimum du champ. Soit G_0 la valeur obtenue pour l'abscisse réduite.

On pose comme déjà vu

$$\lambda\Gamma_k = \frac{2\gamma_k}{k+\frac{3}{2}}. \tag{15}$$

D'où pour égalité donnant G'.

$$G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G' = +\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)} \qquad (\xi_0 \leqq \xi \leqq \varepsilon), \tag{16}$$

$$G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} G' = -\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)} \qquad (0 \leqq \xi \leqq \xi_0). \tag{17}$$

Les conditions aux limites (13) et (14) donnent

$$\lambda\Gamma_k\left\{G_1^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right\} = \left(\frac{\lambda}{\mu} - \frac{1}{Q} G_c G_1\right)^2, \tag{18}$$

$$\lambda\Gamma_k\left\{G_2^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right\} = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2. \tag{19}$$

L'égalité permettant le calcul de G_0 et ξ_0 est

$$\varepsilon = \int_{G_0}^{G_2} \frac{G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)}} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{G_c^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}G}{\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)}}. \tag{20}$$

Ce qui s'écrit encore

$$\varepsilon = \frac{2}{3} G_c^{\frac{1}{2}} \int_{G_0}^{G_2} \frac{\mathrm{d}\left(G^{\frac{3}{2}}\right)}{\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)}} + \frac{2}{3} G_c^{\frac{1}{2}} \int_{G_0}^{G_1} \frac{\mathrm{d}\left(G^{\frac{3}{2}}\right)}{\sqrt{\lambda\Gamma_k\left(G^{k+\frac{3}{2}} - G_0^{k+\frac{3}{2}}\right)}}. \tag{21}$$

On fait alors une approximation du même genre que celle déjà faite au second chapitre. On admet une ionisation proportionnelle à la puissance $\frac{3}{2}$ du champ avec un facteur de proportionnalité $\lambda\Gamma_{\frac{3}{2}}$ tel que pour les valeurs maxima du champ réduit les quantités $\lambda\Gamma_k G^{k+\frac{3}{2}}$ et $\lambda\Gamma_{\frac{3}{2}} G^3$ soient égales.

Comme on l'a dit au second chapitre l'approximation ainsi faite est un peu moins bonne dans le cas $k=\frac{3}{2}$ que dans le cas $k=2$, la différence des exposants de G, égale à $k-\frac{3}{2}$ étant supérieure à $k-2$ valeur correspondant à l'approximation $k=2$. On pose $\Gamma_{\frac{3}{2}} = \Gamma$ en calculant séparément chacune des intégrales figurant dans le second membre de (21) il vient

$$\frac{G_2}{G_0} = \left[\operatorname{ch}\left\{\frac{3}{2}\sqrt{\lambda\Gamma}\,\frac{\varepsilon-\xi_0}{\sqrt{G_c}}\right\}\right]^{\frac{2}{3}}, \tag{22}$$

$$\frac{G_1}{G_0} = \left[\operatorname{ch}\left\{\frac{3}{2}\sqrt{\lambda\Gamma}\,\frac{\xi_0}{\sqrt{G_c}}\right\}\right]^{\frac{2}{3}}. \tag{23}$$

D'où par report dans (18) et (19) :

$$\lambda\Gamma G_0^{3} \operatorname{sh}^2\left\{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi_0\right\} = \left(\frac{\lambda}{\mu} - \frac{1}{Q} G_c G_1\right)^2, \tag{24}$$

$$\lambda\Gamma G_0^{3} \operatorname{sh}^2\left\{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,(\varepsilon-\xi_0)\right\} = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^2. \tag{25}$$

On voit que lorsque λ croît ξ_0 tend encore à la limite vers $\frac{\varepsilon}{2}$.

G_0 est d'autre part donné par (25) pour la valeur de ξ_0 qu'on vient de déterminer. Les expressions de G sont alors les suivantes :

$$G = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left\{\frac{\operatorname{ch}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,(\varepsilon-\xi)}{\operatorname{sh}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi_0}\right\}^{\frac{2}{3}} \qquad (\xi_0 \leqq \xi \leqq \varepsilon), \tag{26}$$

$$G = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left\{\frac{\operatorname{ch}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi}{\operatorname{sh}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi_0}\right\}^{\frac{2}{3}} \qquad (0 \leqq \xi \leqq \xi_0). \tag{27}$$

D'où pour les tensions partielles V_1 et V_2 :

$$(28)\quad V_1 = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi_0}\right)^{\frac{2}{3}} \times \int_{\xi_0}^{z} \left\{\operatorname{ch}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}(z-\xi)\right\}^{\frac{2}{3}} d\xi \qquad (\xi_0 \leq \xi \leq z).$$

$$(29)\quad V_2 = \left(\frac{\lambda}{1-\mu}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{\lambda\Gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi_0}\right)^{\frac{2}{3}} \times \int_{0}^{\xi_0} \left\{\operatorname{ch}\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\lambda\Gamma}{G_c}}\,\xi\right\}^{\frac{2}{3}} d\xi \qquad (0 \leq \xi \leq \xi_0).$$

On montrerait facilement que pour λ assez grand la tension totale $V = V_1 + V_2$ est fonction décroissante du courant.

Enfin, comme on l'a fait dans l'annexe I, on peut voir que cette décroissance de V qui a lieu à partir d'un certain courant n'est pas liée à l'approximation faite sur le taux d'ionisation et a lieu pour une valeur de k quelconque supérieure à $\frac{3}{2}$.

2. COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

Cette comparaison conduit à des résultats exactement analogues à ceux du second chapitre dans le cas $n = 1$. La valeur de G_c est obtenue par adaptation avec les courbes de Ryder dans l'article cité. La valeur de $\Gamma_{\frac{3}{2}}$ est évidemment un peu supérieure à Γ_2. On est conduit à écrire $\Gamma_{\frac{3}{2}} = 3{,}7.10^{4}$, qui donne pour des valeurs de G de l'ordre de 5000 comme déjà vu des valeurs égales des expressions $\lambda\Gamma_k G^{k-\frac{3}{2}}$ et $\lambda\Gamma_{\frac{3}{2}} G^3$. Les quantités μ_n et μ_p qui interviennent dans les égalités (1) et (2) et dans celles qui suivent ont les mêmes valeurs que les mobilités classiques à champ faible. Le développement de la vérification conduit comme au chapitre second à des résultats en bon accord avec l'expérience.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] BENZER, *High Inverse Voltage Germanium Rectifier* (*J. Appl. Phys.*, vol. 20, n° 8, août 1949, p. 804-815).

[2] KIDD, HASENBER et WEBSTER, *Delayed Collector Conduction, a new effect in junction transistors* (*R. C. A. Rev.*, vol. 16, n° 1, mars 1955, p. 16-33).

[3] MILLER et EBERS, *Alloyed Junctions Avalanche Transistors* (*Bull. Syst. Techn. J.*, vol. 34, n° 5, septembre 1955, p. 883-902).

[4] WEBSTER, *On the variation of junction-transistor current amplification factor with emitter current* (*Proc. Inst. Radio Engrs.*, vol. 42, n° 6, juin 1954, p. 914-920).

[5] E. S. RITTNER, *Extension of the theory of the junction transistor* (*Phys. Rev.*, vol. 94, n° 5, 1er juin 1954, p. 1161-1171).

[6] W. SHOCKLEY, *Theory of p-n junctions in semiconductors and p-n junction transistors* (*Bell Syst. Techn. J.*, vol. 28, n° 3, juillet 1949, p. 435-489).

[7] W. SHOCKLEY et R. C. PRIM, *Space charge limited emission in semi-conductors* (*Phys. Rev.*, vol.90, n° 5, 1er juin 1953, p. 753-758).

[8] G. C. DACEY, *Space charge limited hole current in germanium* (*Phys. Rev.*, vol. 90, n° 5, 1er juin 1956, p. 759-763).

[9] A. LEBLOND, *Étude théorique de la caractéristique intensité tension d'une structure semi-conductrice p-i-p en tenant compte de l'ionisation du milieu due aux porteurs* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 242, avril 1956, p. 1856-1859).

[10] W. SHOCKLEY, *Hot electrons in germanium and Ohm's law* (*Bell Syst. Techn. J.*, vol. 30, n° 4, octobre 1951, p. 990-1034).

[11] A. LEBLOND, *Sur une forme particulière des équations régissant la propagation des porteurs libres dans un réseau cristallin homogène du type « à jonction » unidimensionnel* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 242, janvier 1956, p. 85-87).

[12] MAC KAY, *Phys. Rev.*, vol. 94, n° 4, 15 mai 1954, p. 877-884.

[13] MILLER, *Phys. Rev.*, vol. 99, n° 4, 15 août 1955, p. 1234-1241.

[14] W. SHOCKLEY, *Electrons and holes in semi-conductors* (*Bell Telephone Laboratories Series*, p. 287). W. SHOCKLEY, *Electrons and holes in semiconductors*, p. 111.

[15] A. Leblond et R. Gentner, *Note sur une structure particulière permettant d'obtenir des oscillations de haute fréquence* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 242, janvier 1956, p. 621-623).

[16] Cornelius, *Germanium crystal diodes* (*Electronics*, février 1946, p. 118-123).

[17] Moll, Tanenbaum, Goldey et Holonyak, « P N P N *transistor switches* (*Proc. Inst. Radio Engs.*, vol. 44, n° 9, septembre 1956, p. 1174-1182).

[18] A. Liénard, *Étude des oscillations entretenues* (*Rev. Gén. Electr.*, 1928, p. 901-946).

[19] B. van der Pol, *Ueber relaxation schwingungen* (*Jb drahtl. Telegr. u. Teleph.*, vol. 28, 1926, p. 178-184 et vol. 29, 1927, p. 114-118; *Phil. Mag.*, vol. 2, 1926, p. 978-992 et vol. 3, 1927, p. 65-80; *Proc. Inst. Radio Engrs*, vol. 22, 1934, p. 1051-1086; O. E. 9, 1930, p. 293-312).

[20] Y. Rocard, *Dynamique générale des vibrations*, Masson et Cie, Paris, 1943.

[21] Andronow et Chaikin, *Theory of oscillations*, Princeton University Press 1949.

[22] W. Reichart, *Entartungen sinusförmiger Schwingungen* (*Elektrische Nachrichten Technik*, vol. 8, 1931, p. 344-367).

[23] W. Reichardt, *Entartungserscheinungen am Röhrensender* (*Elektrische Nachrichten Technik*, vol. 8, 1931, p. 502-512).

[24] W. Reichardt, *Negative Widerstände, ihre Eigenschaften und Wirkungen-Sinusschwingungen, Kippschwingungen und Kippsprüngen* (*Elektrische Nachrichten Technik*, vol. 20, 1943, p. 76-87).

[25] W. Reichardt, *Der einheitliche Zusammenhang zwischen Sinusschwingungen, Kipp-Schwingungen und Kippsprüngen* (*Elektrische Nachrichten Technik*, vol. 20, 1943, p. 213-225).

[26] Rothe et Kleen, *Elektronen Röhren als Schwingungserzeuger und Gleichrichter*, 1948, Akademische Verlaggesellschaft Geest u. Portig, K. G., Leipzig.

SUR UN NOUVEAU PROCÉDÉ DE CALCUL PAR COURANTS DE HAUTE FRÉQUENCE (1)

DEUXIÈME PARTIE : GÉNÉRATION DES FONCTIONS MONOVARIABLES (1)

PAR H. J. UFFLER ET J. TUBEUF,

Département « Calculateurs »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans un précédent article (2), H. J. Uffler a donné les caractéristiques du nouveau procédé de calcul par courants de haute fréquence mis au point par la Compagnie Générale de T. S. F. et a décrit l'application de ce procédé à la résolution d'opérations algébriques.*
Cette seconde partie est consacrée à l'application de ce procédé à la génération simultanée d'un nombre quelconque de fonctions dérivables. Ces fonctions peuvent être modifiées à volonté. On procède par addition pondérée (dans autant de circuits additionneurs qu'il y a de fonctions à engendrer) de fonctions de base identiques fournies par un bloc unique.
(C. D. U. : 621.374.32 : 681.142.)

SUMMARY. — *In a previous article (2), H. J. Uffler gave the characteristics of a new computer process using high-frequency currents developed by the Compagnie Générale de T. S. F. and described its application to the resolution of algebraic operations.*
This second part is concerned with the application of this process to the simultaneous generation of any number of functions having a first derivative. These functions can be modified as required. One proceeds by the weighted sum (in as many adding circuits as there are functions to be generated) of identical basic functions supplied by a single block.
(U. D. C. : 621.374.32 : 681.142.)

1. INTRODUCTION.

Dans un précédent article (2), on a vu comment le calculateur analogique haute fréquence C. S. F. effectuait les opérations algébriques.

On donne ici un procédé théorique et un dispositif pratique, également mis au point par C. S. F., permettant de représenter simultanément plusieurs fonctions continues et dérivables d'une même variable.

Un prochain article traitera de l'extension de ce procédé à la génération de fonctions de plusieurs variables indépendantes.

On a déjà vu que la génération des fonctions continues et dérivables d'une variable pouvait être effectuée à l'aide de condensateurs variables de profils spéciaux : cette méthode est simple et économique lorsqu'il s'agit de réaliser une série de calculateurs comportant un petit nombre de fonctions parfaitement connues et qu'on n'aura pas à retoucher. (Exemple : cas des fonctions balistiques de calculateurs de D. C. A. de petit calibre.)

(1) Manuscrit reçu le 11 février 1957.
(2) *Annales de Radioélectricité*, t. 11, juillet 1956, p. 187.

Ce procédé est déjà moins avantageux lorsque les calculateurs réalisés comportent de nombreuses fonctions d'une même variable, chaque fonction nécessitant son condensateur propre. Il devient très mal commode lorsque les fonctions doivent pouvoir être retouchées ou changées fréquemment (cas des calculateurs d'étude utilisant des fonctions expérimentales).

Il ne permet d'autre part de réaliser des fonctions de deux variables que très approximativement (par combinaison linéaire de fonctions monovariables).

Le nouveau procédé décrit dans cet article fait, par contre, appel à des fonctions toutes semblables entre elles que nous appellerons « fonctions de base » dont une combinaison linéaire permet d'approcher autant qu'on le désire la courbe théorique à reproduire. En réalisation pratique, les coefficients de cette combinaison linéaire étant matérialisés par des condensateurs réglables, ou au moins ajustables, la courbe obtenue peut être retouchée ou même complètement remaniée si les besoins d'une étude le nécessitent. Il est d'ailleurs possible, pour certaines applications, d'introduire ces coefficients à l'aide de dispositifs à commutation, commandés par cartes ou rubans perforés, ce qui permet de changer instantanément de fonctions.

On dispose également de deux types différents de fonctions de base dont les unes sont les dérivées des autres par rapport à la variable indépendante : on peut, en en formant simultanément les mêmes combinaisons linéaires, former des fonctions quelconques et leurs dérivées.

2. ÉTUDE THÉORIQUE.

2.1. Première approximation. Génération d'une fonction par addition d'échelons (*fig.* 1) ou d'impulsions (*fig.* 2).

Le procédé décrit plus loin s'apparentant à ces modes de génération, on les examinera rapidement ci-après.

L'axe des x est gradué en intervalles équidistants que nous supposerons ici égaux à l'unité afin de ne pas alourdir l'exposé. Dans le premier cas (*fig.* 1), la fonction est approchée par une suite de marches, ou échelons, s'additionnant les uns aux autres et dont la hauteur est égale à la différence première entre deux points de la graduation de la fonction à représenter.

Dans le second cas (*fig.* 2), la fonction est approchée par une suite d'impulsions juxtaposées suivant l'axe des x et dont la hauteur est égale à l'ordonnée moyenne entre deux points de la graduation de la fonction à représenter.

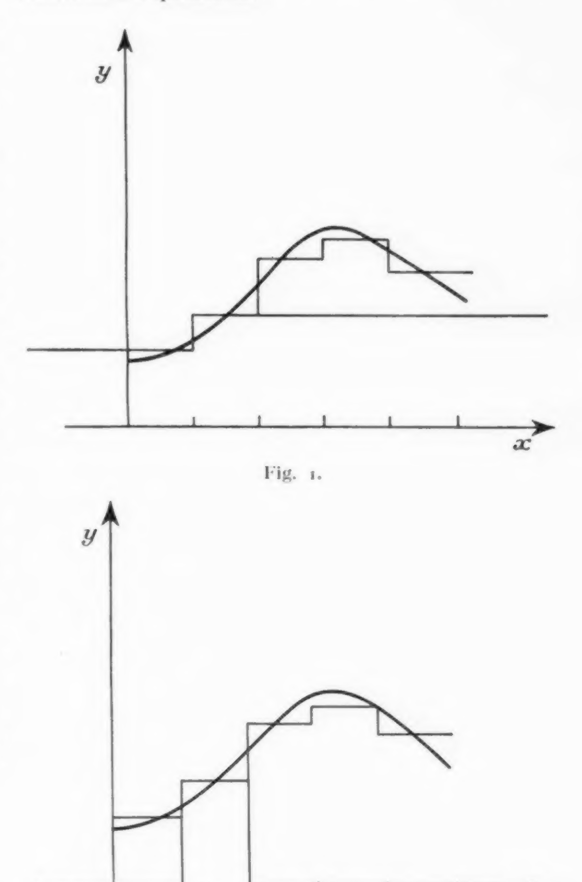


Fig. 1.

Fig. 2.

Les défauts de ces modes de représentation sont bien connus.

2.2. Améliorations de la représentation.

Une première amélioration peut être apportée en remplaçant les échelons à variation discontinue de la figure 1 par des échelons à variation continue (*fig.* 3), ou mieux, à variation continue et adoucie (*fig.* 4).

Il en résulte un avantage qu'on conservera par la suite : la fonction obtenue devient continue et dérivable, et la dérivée de l'échelon ainsi définie est de la forme de l'impulsion décrite ci-dessus (*fig.* 2 ou 5).

Cette propriété qu'on considère comme fondamentale définira en partie les deux fonctions de base : si l'une est la dérivée de l'autre par rapport à la variable x, une même combinaison linéaire des deux

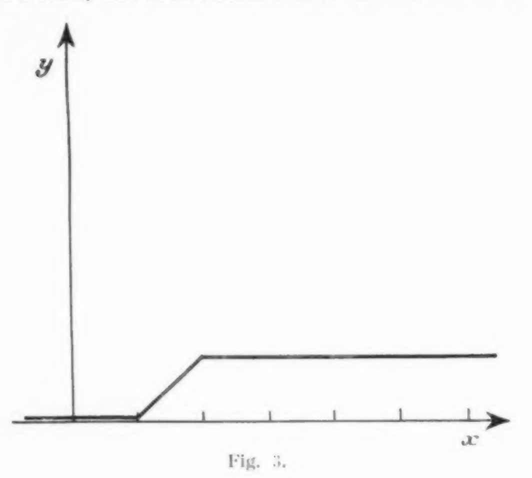


Fig. 3.

types fournira simultanément une fonction et sa dérivée.

Dans le cas particulier de la figure 3, l'échelon est continu au premier ordre (c'est-à-dire en ordonnée), mais sa dérivée est discontinue.

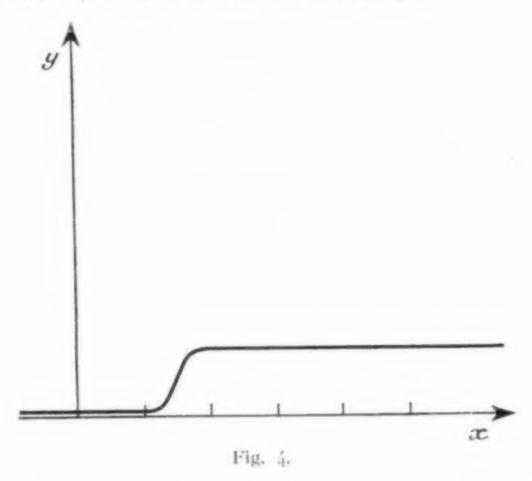


Fig. 4.

Il est évident que cette propriété est générale : lorsque l'échelon utilisé est continu ainsi que ses n premières dérivées, l'impulsion qui en est dérivée est continue ainsi que ses $(n - 1)$ premières dérivées.

Dans la suite on appellera fonction normale ou primaire une fonction du type représenté figure 4 et fonction dérivée, ou secondaire, sa dérivée du type représenté figure 5.

La fonction normale (*fig.* 4) sera égale à une constante (par exemple -1) à gauche de sa plage de variation, et à une autre constante (par exemple $+1$) à droite de cette plage. A l'intérieur

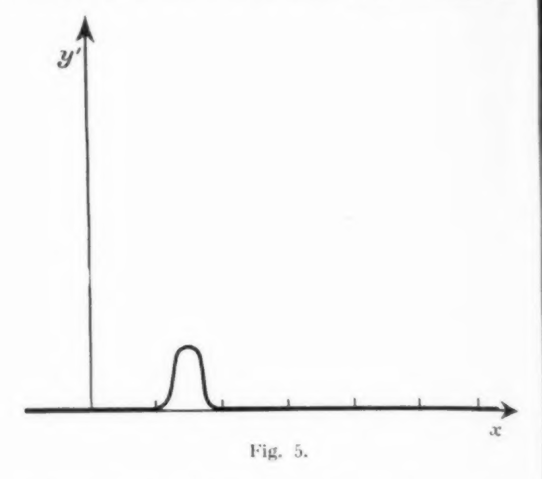


Fig. 5.

de cette plage, elle ira continûment de -1 à $+1$ suivant une loi qui reste à définir.

La fonction dérivée (*fig.* 5) sera égale à zéro à gauche comme à droite de cette même plage, et aura des valeurs différentes de zéro dans cette plage.

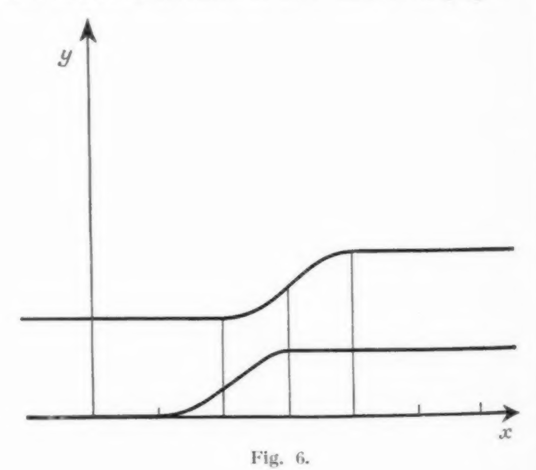


Fig. 6.

On peut ainsi espérer représenter avec une excellente finesse la fonction imposée à l'aide d'un nombre suffisant de fonctions normales (type figure 4) toutes juxtaposées. Par contre, la combinaison linéaire des fonctions dérivées n'aurait aucun sens puisque toutes les fonctions dérivées s'annulent à la fois aux points d'abscisse ronde de l'axe des x.

Une nouvelle amélioration est obtenue en utilisant

des fonctions primaires s'étendant non plus sur un, mais sur plusieurs intervalles de la graduation en x. Examinons d'abord le cas de fonctions variant sur deux intervalles (*fig.* 6, 7 et 8).

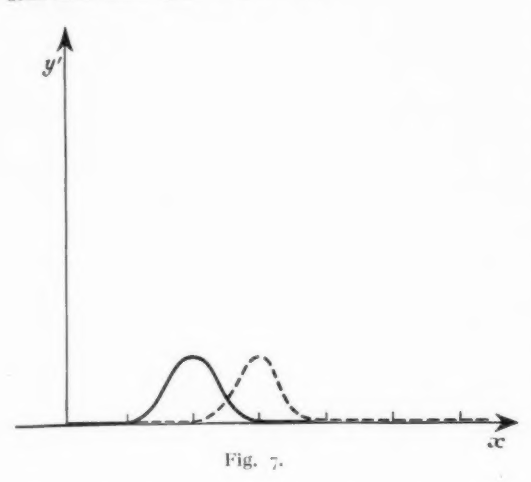


Fig. 7.

Chaque fonction normale s'étend sur deux intervalles (*fig.* 6), de sorte que deux fonctions successives varient toujours simultanément, une fonction cessant de varier, lorsque la fonction située deux rangs avant ou après commence à varier. Nous dirons que le recouvrement est du deuxième ordre.

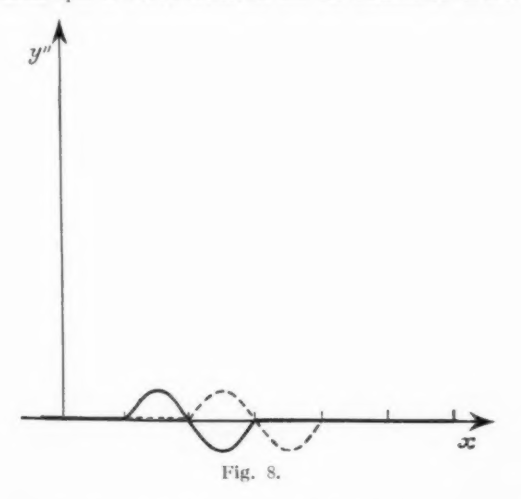


Fig. 8.

Il est alors possible *a priori* de représenter une fonction et sa dérivée avec une fidélité suffisante.

Examinons par contre la forme de la dérivée seconde.

Si l'on désire qu'elle soit continue, elle s'annulera nécessairement aux deux extrémités de l'intervalle double, points de raccordement avec ses paliers et au centre de cet intervalle double, c'est-à-dire encore en un point de raccordement si les fonctions sont symétriques. La dérivée seconde de la fonction représentée sera donc systématiquement nulle, dans ce cas, en tous les points de raccordement, donc la courbe représentative présentera en ces points des inflexions. Si nous cherchons à utiliser des fonctions non symétriques, un défaut analogue subsistera. Un recouvrement d'ordre plus élevé est donc nécessaire.

2.3. **Solution adoptée.**

2.3.1. Généralités. — La solution adoptée utilise un recouvrement d'ordre 3. Les figures ci-dessous montrent l'allure générale des fonctions normales et dérivées correspondantes (*fig.* 9, 10 et 11).

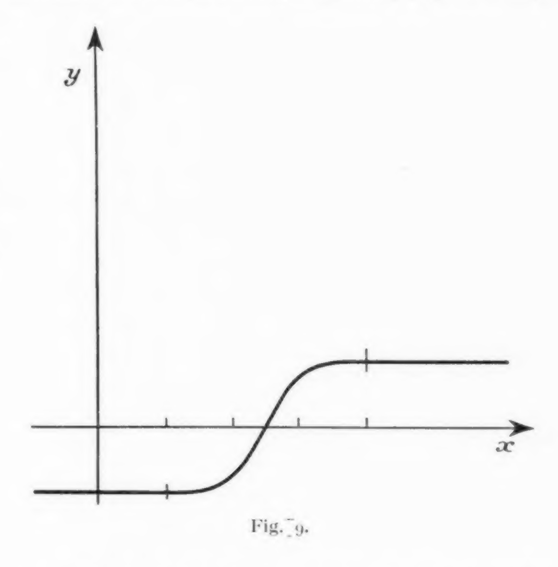


Fig. 9.

Les abscisses des zéros, maxima, minima et points d'inflexion des fonctions de divers rangs ne coïncidant plus, la combinaison linéaire de celles-ci permet alors de représenter correctement des fonctions en valeur, pente et courbure. Il est cependant bien évident que si l'on cherche à représenter une fonction par une suite pondérée de fonctions normales (*fig.* 9) d'ordre de recouvrement 3, les mêmes suites pondérées des fonctions dérivées et dérivées secondes s'éloignent de plus en plus des fonctions dérivée et dérivée seconde de la fonction à représenter.

L'expérience a cependant montré que la dérivée première ainsi reconstituée est encore dans la majorité des cas une représentation excellente de celle de la

fonction donnée. La dérivée seconde est encore acceptable. Aussi nous bornerons-nous à annoncer la possibilité de représenter des fonctions continues en valeur, pente et courbure et leurs dérivées pre-

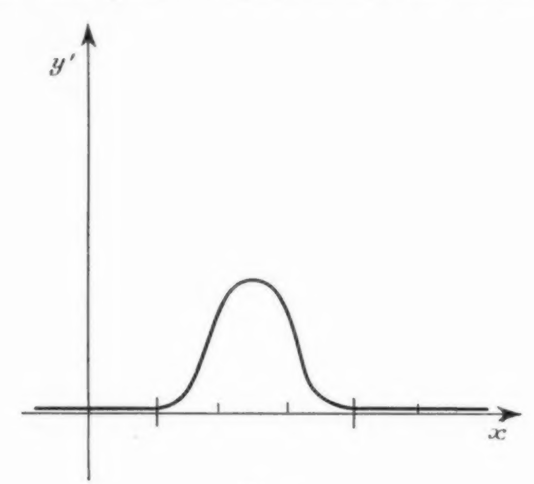


Fig. 10.

mières, nous réservant la représentation des dérivées secondes pour des cas très spéciaux, ou seulement pour des évaluations d'ordres de grandeur.

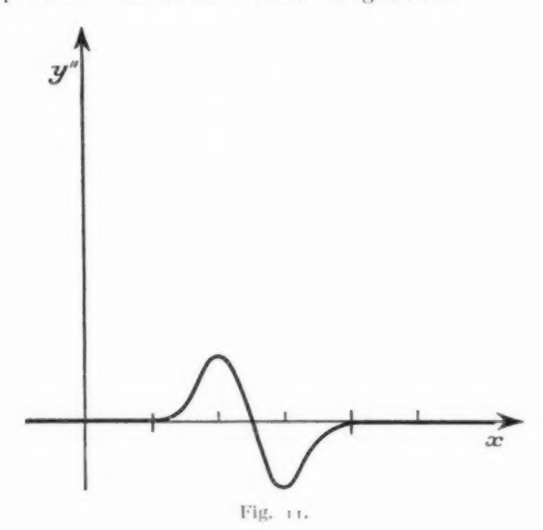


Fig. 11.

2.3.2. Détermination des deux fonctions de base. — On a jusqu'ici développé des considérations qualitatives de forme et de continuité des fonctions primaires et de leurs dérivées successives.

Précisons maintenant la structure des fonctions à recouvrement d'ordre 3 seules utilisées jusqu'ici.

Nous avons encore une très grande liberté dans la détermination de la forme exacte à donner à la fonction primaire. La seule condition imposée jusqu'ici étant que l'échelon se raccorde continûment en valeur, pente et courbure à ses deux paliers horizontaux. (Une combinaison linéaire de tels échelons fournira donc nécessairement une fonction continue, en valeur, pente et courbure.)

Il existe une infinité de solutions au problème et il est évident qu'on peut utiliser un échelon dont la continuité est d'ordre aussi élevé qu'on le voudra.

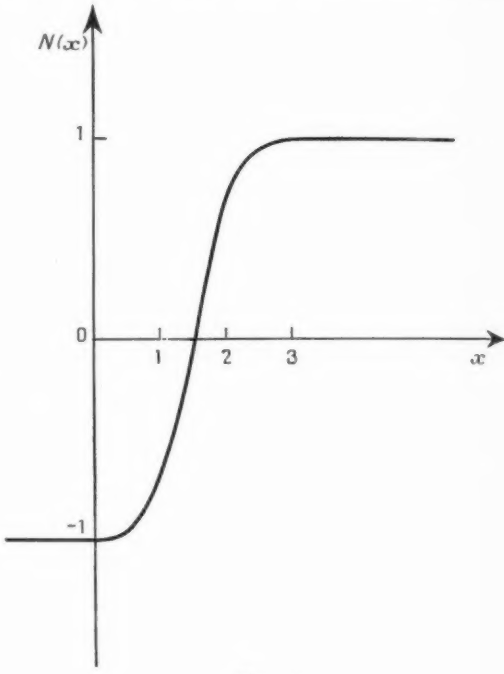


Fig. 12.

Néanmoins, il est illusoire de rendre cet ordre de continuité supérieur à 3, car la dérivée troisième ainsi formée n'a de toute façon plus de sens représentatif. On peut d'ailleurs remarquer que le recouvrement étant d'ordre 3, en chaque point on ne dispose que de 3 fonctions variant simultanément, donc on ne peut choisir que 3 coefficients au plus : il est donc possible d'ajuster ces coefficients de façon à représenter correctement au plus 3 éléments de la fonction, soit sa valeur, sa pente et sa courbure.

On imposera donc à la fonction primaire les continuités déjà citées. On lui demandera en plus d'être apte à représenter, avec une erreur identiquement nulle, une droite, une parabole ou une cubique. Ces dernières conditions sont évidemment arbitraires

mais elles présentent un double avantage : elles se prêtent aisément au calcul et de là au contrôle expérimental, et elles permettent de former sans

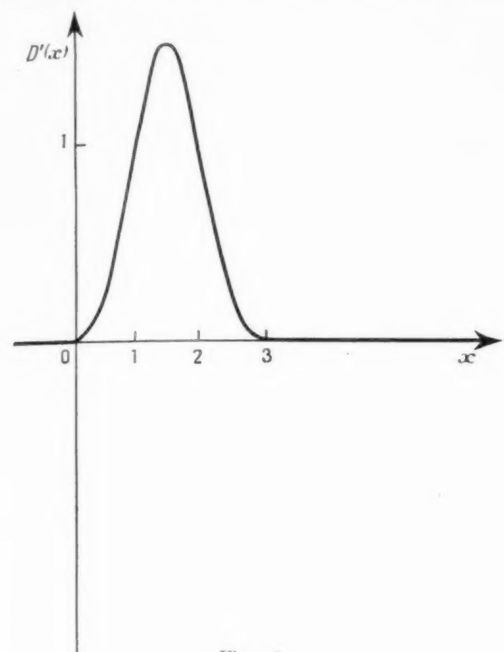


Fig. 13.

erreur toute la série de courbes essentiellement physiques que sont les droites et les paraboles; enfin, elles permettent de former des sinusoïdes avec une précision souvent supérieure à celle des tables numériques (en divisant le domaine de 360° en seulement 18 intervalles de 20° chacun, c'est-à-dire en utilisant des fonctions normales variant sur 60°, l'erreur théorique absolue n'excède pas $\pm 1 . 10^{-\text{[illegible]}}$).

La fonction normale ainsi déterminée est constituée de 3 arcs du troisième degré se raccordant au troisième ordre, aux points d'abscisse ronde, entre eux et aux paliers horizontaux.

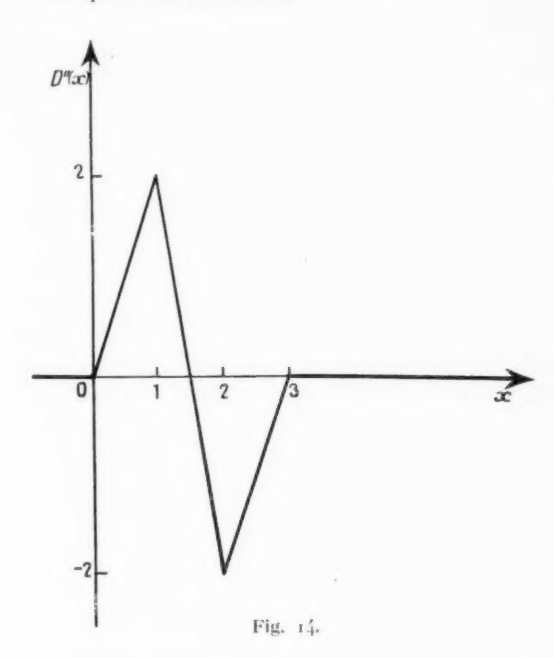


Fig. 14.

Sa forme est représentée sur la figure 12, ainsi que celle de ses dérivées successives (*fig.* 13, 14 et 15).

Les équations des arcs successifs sont groupées dans le tableau (1) ci-dessous.

(1)

Intervalle.	$y(x) =$	$y'(x) =$	$y''(x) =$	$y'''(x) =$
$x < 0$............	-1	0	0	0
$0 < x < 1$........	$\frac{x^3}{3} - 1$	x^2	$2x$	2
$1 < x < 2$........	$-\frac{2x^3}{3} + 3x^2 - 3x$	$-2x^2 + 6x - 3$	$-4x + 6$	-4
$2 < x < 3$........	$\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x - 8$	$x^2 - 6x + 9$	$2x - 6$	2
$x > 3$............	$+1$	0	0	0

Les équations (1) définissent l'échelon dit de rang 0 commençant sa variation au point d'abscisse 0 et la terminant au point d'abscisse 3.

Les équations de l'échelon de rang K commençant

sa variation au point d'abscisse K (K étant un entier positif, négatif ou nul) sont groupées dans le tableau (2) ci-dessous.

Remarque. — C_0 peut être considéré comme la somme des échelons qui ne varient pas dans l'intervalle de définition de $F(x)$.

(2)

Intervalle.	$N_K(x) =$
$x \leq K$	-1
$K \leq x \leq K+1$	$\frac{1}{3}(x-K)^3-1$
$K+1 \leq x \leq K+2$	$-\frac{2}{3}(x-K)^3+3(x-K)^2-3(x-K)$
$K+2 \leq x \leq K+3$	$\frac{1}{3}(x-K)^3-3(x-K)^2+9(x-K)-8$
$x \geq K+3$	1

Remarques. — Aux fins de simplifier les notations, on a adopté dans les équations précédentes des intervalles élémentaires d'amplitude unité : les points de transition et de raccordement des différents arcs sont alors les points d'abscisse ronde.

2.4. Détermination des coefficients.

2.4.1. Définition du problème. — Soit l'expression

$$F(x) = C_0 + \sum_{K=1}^{K=n} C_K N_K(x) + \varepsilon(x), \tag{3}$$

où

$F(x)$ est l'équation de la fonction à reproduire;
C_0 est une constante additive;
n est le nombre d'échelons dont on dispose;
C_K est le coefficient dont on affecte l'échelon de rang K;
$N_K(x)$ est l'équation (2) de l'échelon de rang K;
$\varepsilon(x)$ est l'erreur de représentation.

Le problème consiste à déterminer la suite des $(n+1)$ nombres C_0 à C_n de sorte que $\varepsilon(x)$ soit nul ou tout au moins inférieur à certaines limites dans l'intervalle de définition de $F(x)$.

Il faut 3 échelons successifs pour couvrir entièrement un intervalle. Les n échelons dont on dispose couvriront donc $n-2$ intervalles. (Il s'agit ici des intervalles sur lesquels 3 échelons varient simultanément; le nombre réel d'intervalles atteint par les n échelons s'élevant évidemment à $n+2$.)

2.4.2. Généralités sur les conditions servant au calcul des coefficients C_K. — Pour déterminer les $(n+1)$ inconnues du problème, la méthode la plus simple consiste à leur affecter des

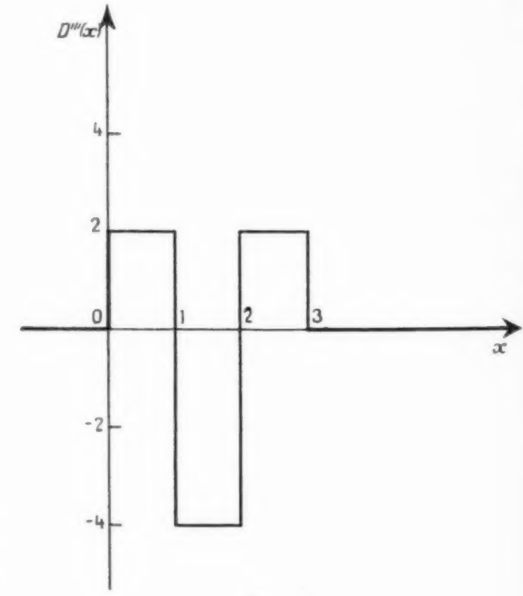


Fig. 15.

conditions linéaires : une condition linéaire établit une relation linéaire entre les $(n+1)$ inconnues du problème. Il s'agira d'en déterminer $(n+1)$ indépendantes.

Par exemple :

2.4.2.1. *L'erreur* $\varepsilon(x)$ *doit être nulle en un point d'abscisse* x_0 : La relation correspondante s'écrit

$$F(x_0) = C_0 + \sum_{k=1}^{k=n} C_k N_k(x_0). \tag{4}$$

2.4.2.2. *La dérivée de l'erreur* $\varepsilon(x)$ *doit être nulle en un point d'abscisse* x_0 *(la pente de la fonction formée est alors correcte en ce point) :*

$$F'(x_0) = \sum_{k=1}^{k=n} C_k N'_k(x_0). \tag{5}$$

2.4.2.3. *La valeur moyenne de l'erreur* $\varepsilon(x)$ *doit être nulle dans un intervalle* $(x_0 - x_1)$ *donné :*

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x)\,\mathrm{d}x = \int_{x_0}^{x_1} C_0\,\mathrm{d}x + \sum_{k=1}^{k=n} \int_{x_0}^{x_1} C_k N_k(x)\,\mathrm{d}x. \tag{6}$$

On peut choisir $n + 1$ relations de ce type et les associer en vue de former un système de $n + 1$ équations linéaires à $n + 1$ inconnues.

Le procédé le plus courant consiste à écrire que la relation (4) est vérifiée aux $n - 1$ points d'abscisse ronde qui définissent les bornes des $n - 2$ intervalles utilisables.

Il reste deux conditions disponibles : nous écrirons que la relation (5) est vérifiée aux deux bornes extrêmes de l'intervalle total.

Cette méthode est souvent satisfaisante lorsque les courbes à représenter sont de degré peu élevé : rappelons que les équations de l'échelon ont été choisies de façon à représenter rigoureusement toutes les courbes algébriques jusqu'au troisième degré inclus.

Le défaut de cette méthode est évidemment de ne tenir compte que de $(n + 1)$ éléments de la courbe à reproduire : toutes les courbes passant par ces $(n - 1)$ points avec les mêmes pentes au départ et à l'arrivée auront la même représentation.

2.4.3. Méthode de la meilleure approximation quadratique moyenne. — Cette méthode, que nous pouvons qualifier de synthétique, tient compte de tous les détails de la courbe à reproduire : disons tout de suite qu'il ne sera pas question de les reproduire tous, mais de faire la moyenne des erreurs.

Analytiquement, cette méthode consiste à écrire que l'expression

$$\int_{x_0}^{x_1} \varepsilon^2(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{est minimum,} \tag{7}$$

x_0 et x_1 représentant les bornes de l'intervalle de définition de $F(x)$.

Cette expression est l'intégrale de l'erreur quadratique, elle est égale à l'erreur quadratique moyenne que multiplie l'amplitude $(x_1 - x_0)$ de l'intervalle. C'est une fonction de x_1, x_0 et des $(n + 1)$ coefficients C_0 à C_n. On démontre aisément que la résolution du système

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial C_p} \int_{x_0}^{x_1} \varepsilon^2(x)\,\mathrm{d}x = 0 \right\}_{p=0}^{p=n} \tag{8}$$

conduit à un minimum absolu de l'erreur quadratique moyenne. L'expression (8) conduit au système de $n + 1$ équations :

$$\left\{ \begin{aligned} &\int_{x_0}^{x_1} C_0\,\mathrm{d}x + \sum_{k=1}^{k=n} C_k \int_{x_0}^{x_1} N_k(x)\,\mathrm{d}x = \int_{x_0}^{x_1} F(x)\,\mathrm{d}x, \\ &C_0 \int_{x_0}^{x_1} N_p(x)\,\mathrm{d}x + \sum_{k=1}^{k=n} C_k \int_{x_0}^{x_1} N_p(x) N_k(x)\,\mathrm{d}x \\ &\qquad = \int_{x_0}^{x_1} N_p(x) F(x)\,dx, \\ &\qquad\text{pour } p = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned} \right. \tag{9}$$

Ces équations sont toujours compatibles.

Toutes les intégrales figurant au premier membre sont parfaitement connues à l'avance car elles ne contiennent que les équations des échelons. La résolution de ce système ne comporte donc aucune difficulté et peut être faite une fois pour toutes, puisque seuls les seconds membres contiennent $F(x)$.

2.4.4. Remarques. — La fonction de base $N(x)$ étant déterminée une fois pour toutes il est évident que la reproduction de $F(x)$ sera d'autant meilleure que le nombre d'échelons dont on dispose sera plus grand. La précision théorique pourra donc être aussi grande qu'on le désire.

Quelle que soit la méthode adoptée pour déterminer les coefficients C_0 à C_n, il sera toujours possible de calculer l'erreur $\varepsilon(x)$ en tous points. On pourra, éventuellement, corriger une erreur un peu trop importante en calculant la décomposition correspondant à la fonction $\varepsilon(x)$ obtenue et en la rajoutant à la précédente. Cette méthode d'approximations successives sera surtout utilisée pour corriger les erreurs technologiques.

3. RÉALISATION PRATIQUE.

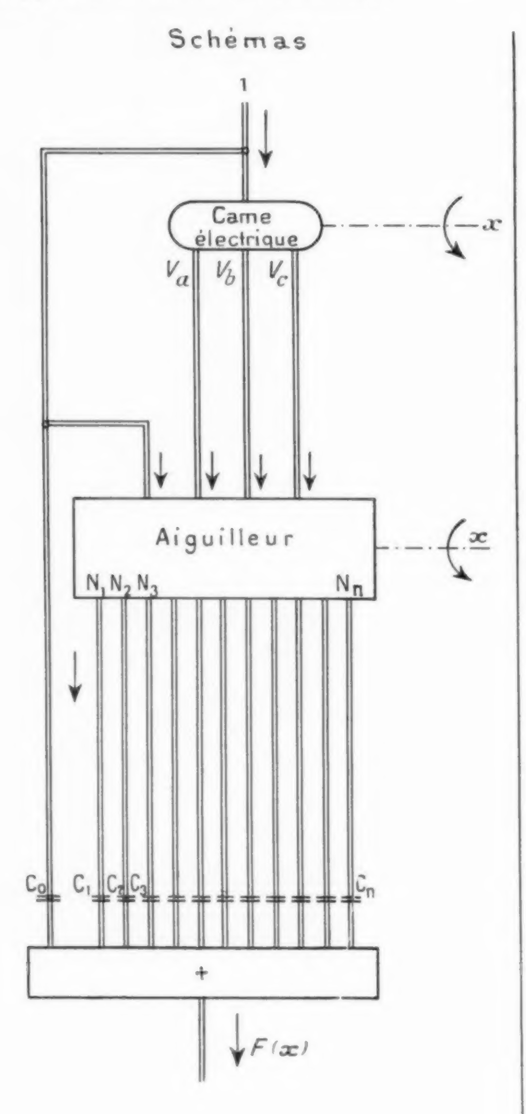
La théorie qui précède pose deux problèmes nettement distincts :

— la génération des n fonctions de base, toutes

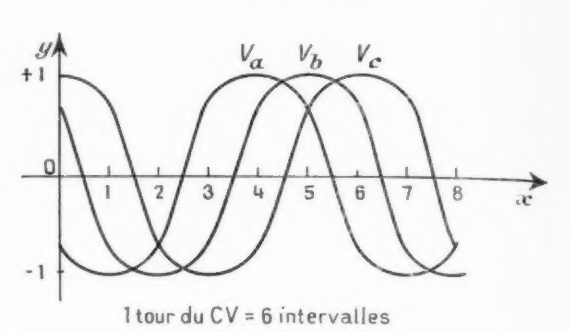
identiques entre elles et régulièrement décalées par rapport à la variable indépendante;

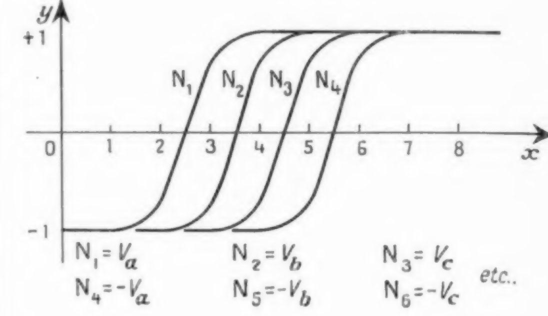
variable, ou une fonction et sa dérivée première, ou plusieurs fonctions différentes et leurs dérivées.

Schémas



Fonctions





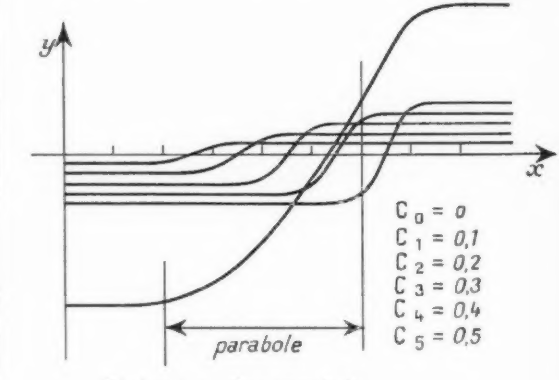


Fig. 16.

— la sommation pondérée de ces fonctions, opération permettant de former la fonction recherchée.

On montrera la solution de ce double problème, puis diverses combinaisons permettant d'obtenir simultanément plusieurs fonctions de la même

3.1. Dispositif de base.

3.1.1. Le schéma de la figure 16 illustre le procédé.

Un condensateur variable de loi spéciale, dit « came électrique », délivre simultanément trois

fonctions. Chacune de ces fonctions représente sur 3 intervalles, l'échelon désiré (ici normal), ses paliers étant exclus. Sur les 3 intervalles suivants, le même échelon se trouve reproduit, mais changé de signe, de sorte qu'il décroît au lieu de croître, et ainsi de suite. D'autre part, les 3 fonctions de sortie sont décalées de sorte qu'elles représentent simultanément, à l'intérieur d'un intervalle, les 3 fonctions de base successives.

3.1.2. Un second organe, dit « aiguilleur », décompose ces fonctions en autant de fonctions de base qu'il est nécessaire.

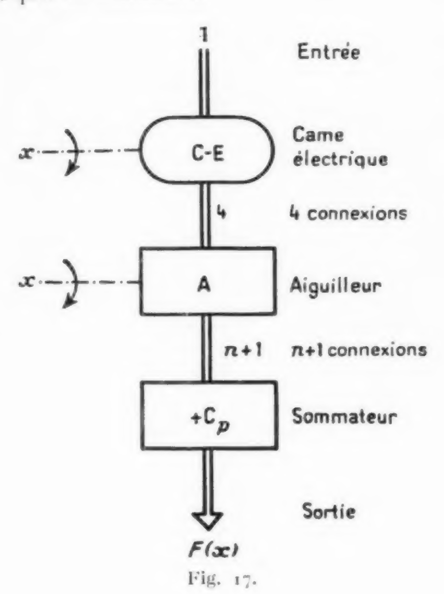


Fig. 17.

C'est un commutateur qui possède 4 entrées et n sorties : chacune de ces sorties est à son tour connectée à la tension constante d'entrée avec le signe —, puis à une des 3 fonctions V_a, V_b ou V_c avec le signe convenable, puis à la tension constante d'entrée avec le signe +. On forme ainsi les n échelons désirés et une augmentation de n revient à augmenter le nombre de tours du condensateur variable et la complexité de l'aiguilleur mais sans rien changer à la forme des fonctions.

3.1.3. Enfin, le sommateur est constitué d'un circuit d'addition à $n + 1$ entrées (la constante et les n échelons) et délivre la fonction $F(x)$. Le poids ou coefficient dont chaque échelon doit être affecté, est réalisé par un treillis fixe ou un condensateur variable suivant que la fonction $F(x)$ est définie ou réglable.

Remarque I. — Dans certains cas, l'ensemble aiguilleur-sommateur peut être remplacé par un ensemble de capacités commutables par programme (bande perforée). Dans ce cas, la valeur de n ne dépendrait plus que de la longueur de la bande perforée.

Remarque II. — Dans ce qui suivra, nous ne détaillerons plus les opérations : un ensemble sera représenté par l'association de trois blocs, dits condensateur variable ou came électrique, aiguilleur et sommateur, conforme à la figure 17. Nous ne détaillerons pas non plus les interconnexions, nous bornant éventuellement à indiquer leur nombre.

3.2. **Dispositif inversé.**

Il est rigoureusement équivalent de former $(n + 1)$ tensions fixes, proportionnelles aux différents coefficients de la sommation et de les multiplier par les fonctions dites échelons. Ceci nous conduit au montage représenté sur la figure 18.

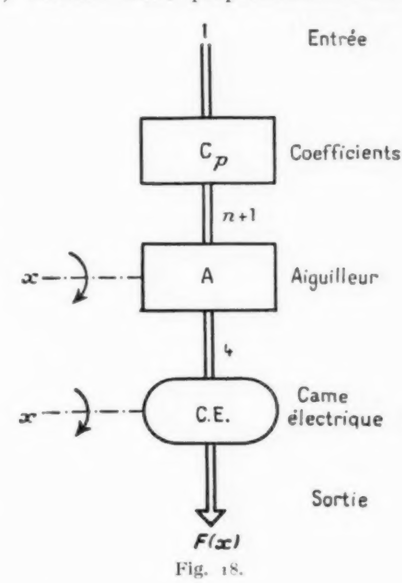


Fig. 18.

3.3. **Génération de fonctions simultanées.**

L'ensemble condensateur variable-aiguilleur peut être commun à autant d'ensembles de base qu'on le désire : les échelons sont en effet les mêmes pour tous. La figure 19 montre un montage fournissant 3 fonctions indépendantes de la même variable x. De tels ensembles ont déjà été réalisés, fournissant 17 fonctions indépendantes.

3.4. Génération d'une fonction et de sa dérivée.

Nous avons dit qu'une même combinaison linéaire des fonctions de base normales et dérivées donnait une fonction et sa dérivée. Ici, c'est l'ensemble coefficient-aiguilleur qui peut être commun : on utilisera le dispositif inversé conformément à la figure 20.

Fig. 19.

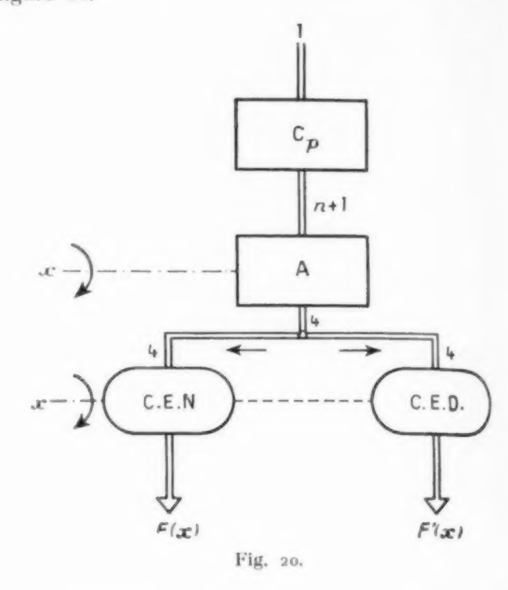
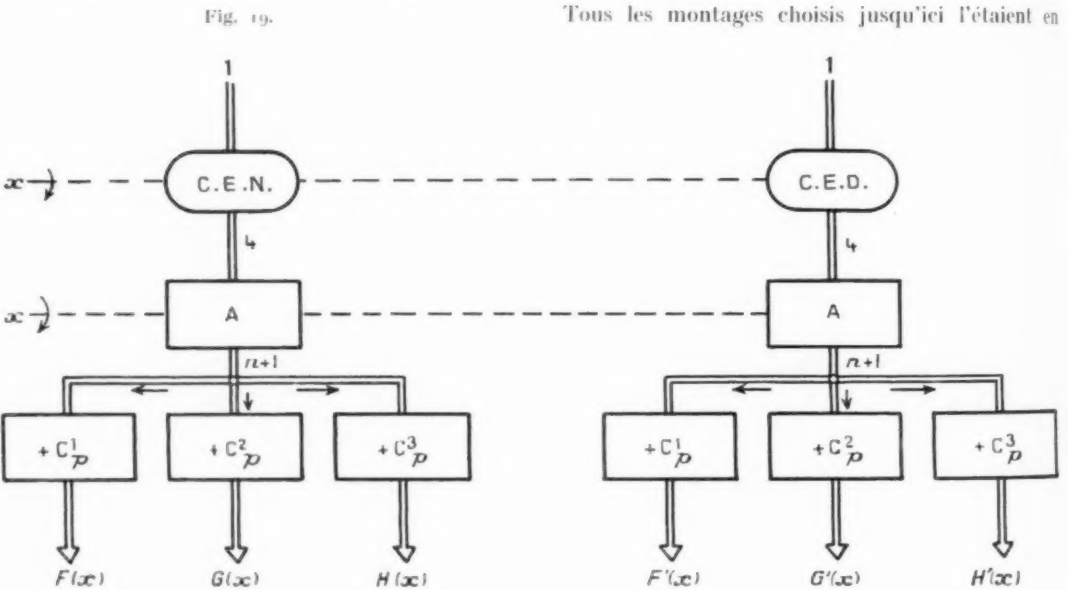


Fig. 20.

3.5. Génération de plusieurs fonctions et de leurs dérivées.

Tous les montages choisis jusqu'ici l'étaient en



2 cames électriques
2 aiguilleurs
6 sommateurs identiques 2 à 2

Fig. 21.

vue d'une économie du matériel mis en œuvre, par mise en commun d'éléments identiques.

Les figures 21 et 22 montrent deux montages différents permettant d'obtenir trois fonctions diffé-

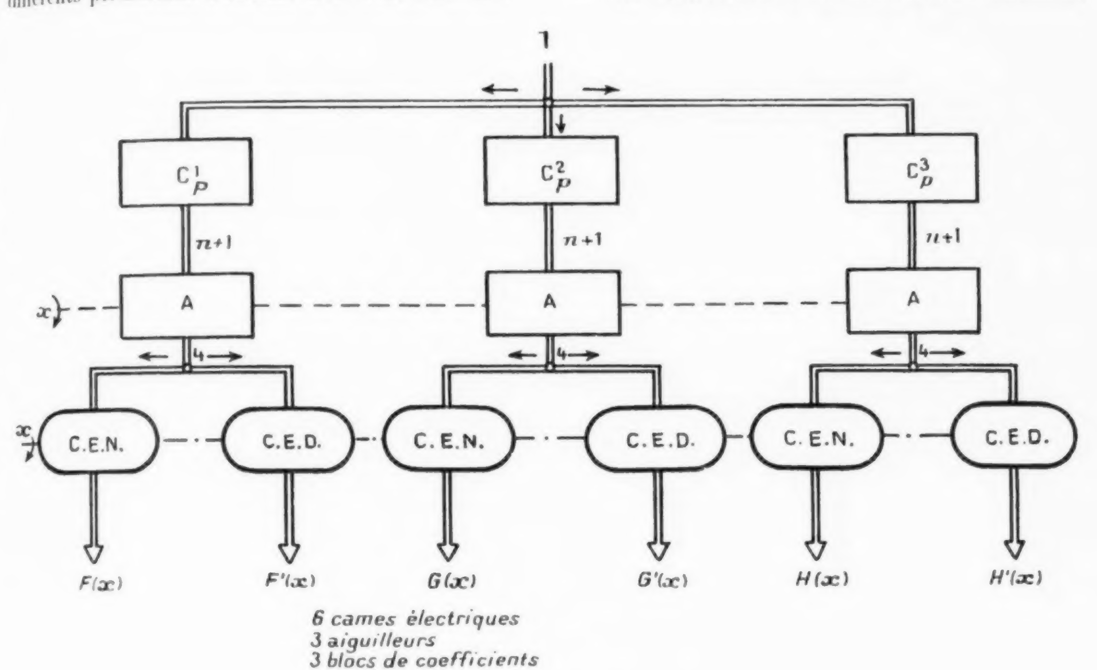


Fig. 22.

rentes et leurs dérivées. Le choix de l'un d'eux dépendra de la nature du problème et du nombre de fonctions à reproduire.

CONCLUSION.

Les possibilités nouvelles offertes par les dispositifs décrits dans cet article permettent :

— soit d'alléger la structure de calculateurs utilisant de nombreuses fonctions d'une même variable (cas de calculateurs de conduite de tir, utilisant de nombreuses fonctions balistiques par exemple);

— soit d'introduire ou de modifier commodément, et dans un délai très court, dans un calculateur d'étude (ou un simulateur), des fonctions nouvellement établies (par exemple : obtenues expérimentalement).

L'intérêt de l'application dans l'industrie de cette deuxième possibilité n'échappera certainement pas au lecteur (commande de machines outils devant usiner des profils complexes, utilisation dans les simulateurs d'étude de l'industrie aéronautique, etc.).

CONDUCTIVITÉ IONIQUE DES DIÉLECTRIQUES (1)

PAR L. GODEFROY,

Département « Céramique-Verrerie »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Cette étude a pour objet de faire connaître le comportement profond des diélectriques céramiques sous l'influence d'un champ électrique. A partir des équations générales qui régissent la conduction ionique dans les isolants, l'auteur calcule la répartition du potentiel et des charges lorsque le régime stationnaire est atteint. Il montre que dans cet état stationnaire, le champ électrique au voisinage de la surface de l'isolant atteint des valeurs élevées qui peuvent expliquer des phénomènes tels que les claquages et les migrations d'atomes.*
L'auteur touche ainsi aux phénomènes qui sont associés au comportement en durée des condensateurs céramiques. Il est bon d'indiquer que cette étude théorique a été menée parallèlement à une étude expérimentale en collaboration avec le Centre National d'Études des Télécommunications et qu'elle prépare la naissance de diélectriques nouveaux capables d'être utilisés sous des champs électriques relativement élevés, à des températures de l'intervalle de 150-200° C. Cette analyse fournit également les bases de la réalisation de condensateurs de haute sécurité capables de supporter pour ainsi dire indéfiniment des champs électriques raisonnables, dans les conditions de service qui sont recherchées par la commutation électronique et les machines à calculer. (C. D. U. : 621.315.612.)

SUMMARY. — *The object of this study is to ascertain the behaviour in depth of ceramic dielectrics under the influence of an electric field. Starting from the general equations which govern ionic conduction in insulators, the authors calculates the distribution of potential and charges when the steady state has been reached. He shows that in this steady state the electric field near the insulator surface reaches high values which may explain phenomena such as flash-over and atom migration.*
The author thus touches on the phenomena associated with the behaviour in time of ceramic condensers. It should be mentioned that this theoretical study was made in parallel with an experimental study in collaboration with the National Telecommunications Research Centre and that it is leading to the production of new dielectrics capable of being used in relatively strong fields, at temperatures between 150 and 200° C. This analysis also supplies the basis for the design of high reliability condensers capable of withstanding more or less indefinitely reasonable electric fields, under the conditions of use which are required by electronic switching and computing machines. (U. D. C. : 621.315.612.)

INTRODUCTION.

La conductivité des diélectriques peut avoir des origines diverses parmi lesquelles le déplacement d'ions mobiles sous l'influence du champ électrique appliqué. Moyennant quelques hypothèses simples, dont la validité sera discutée par la suite, il est possible de soumettre ce déplacement d'ions au calcul et d'en tirer quelques conséquences sur la conductibilité des diélectriques. Le calcul est mené en vue

---

(1) Manuscrit reçu le 12 février 1957.

de l'application aux céramiques de titanate de baryum, mais sa généralité permet d'étendre les résultats à de nombreux autres matériaux.

1. HYPOTHÈSES ET NOTATIONS.

On considère une lame peu épaisse de diélectrique, supposée infinie, et maintenue entre deux électrodes métalliques, infinies elles aussi, ne la touchant pas et permettant de faire régner un champ électrique E dans la région occupée par le diélectrique.

Avec cette disposition géométrique, toutes les grandeurs considérées par la suite ne dépendent que

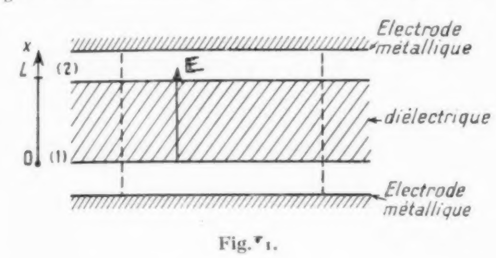


Fig. 1.

d'une seule coordonnée de position x, comptée normalement à la lame, avec $x = 0$ sur la face I et $x = L$ sur la face II (*fig.* 1).

Dans la suite, l'indice 1 référera aux valeurs sur la face I et l'indice 2 sur la face II.

On désigne par :

- V le potentiel électrique en un point quelconque;
- E le champ électrique;
- j la densité de courant électrique dans la direction Ox;
- W la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les deux faces de la lame.

En outre, on utilise les symboles :

- q pour la charge électronique ($q > 0$);
- ε pour la constante diélectrique du matériau étudié;
- ε_0 pour la constante de normalisation des unités ($\varepsilon_0 = 1$ en u. e. s. C. G. S.);
- k, T pour la constante de Boltzmann et la température absolue.

On suppose que les ions mobiles ont l'origine suivante : pendant la fabrication du diélectrique, certaines molécules (impuretés ou non) se trouvent ionisées, il se forme ainsi une charge liée au corps de la molécule, donc *fixe*, et une charge de signe opposé liée à l'ion qui s'est détaché et qui de ce fait se trouve *mobile*. Les charges fixes ont une répartition supposée uniforme dans le corps du diélectrique : on peut en définir la densité : P charges par centimètre cube. Les charges mobiles ont une densité de répartition variable d'un point à l'autre du diélectrique et avec le temps, soit p. De ce processus d'ionisation il résulte que les charges fixes et mobiles se compensent en moyenne dans l'ensemble du diélectrique, mais que cette compensation n'est pas vraie localement.

Les ions mobiles se déplacent sous l'effet d'un champ électrique E et la vitesse v qu'ils prennent est supposée être de la forme $v = \mu E$, où μ est une constante qui dépend de la température.

En l'absence de champ électrique les ions mobiles sont soumis à l'agitation thermique et l'on peut définir un coefficient de diffusion D comme le rapport du flux d'ions au gradient de leur densité. D et μ sont liés par la relation d'Einstein

$$D = \frac{kT}{q}\mu.$$

Il est bien évident que les calculs sont valables pour tout processus de formation de charges mobiles dans le diélectrique qui permet de définir une densité de charges fixes P et une mobilité μ.

2. ÉQUATIONS GÉNÉRALES.

a. La répartition des charges et du potentiel à l'intérieur du diélectrique, l'action des différentes charges entre elles et celle du champ électrique sont décrites par l'équation de Poisson

$$(1) \qquad E = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{4\pi q}{\varepsilon\varepsilon_0}(p - P),$$

où $\rho = q(p - P)$ est la densité locale totale de charges. (On suppose, pour fixer les idées, que les ions mobiles sont positifs et les ions fixes négatifs.)

b. Le courant électrique qui résulte du déplacement des ions est donné par :

$$(2) \qquad j = \mu q p E - q D \frac{\partial p}{\partial x},$$

où le premier terme est la contribution du mouvement dû au champ électrique, et le second celle du mouvement dû à la diffusion des ions par suite de l'inégale densité de leur répartition.

c. Dans un élément de volume la décroissance de la densité de charge en fonction du temps est due

uniquement au gradient de la densité du courant

$$(3)\qquad \frac{q\,\partial p}{\partial t} = \frac{\partial j}{\partial x}.$$

A ces équations il faut ajouter les conditions aux limites suivantes :

d. Le spécimen de diélectrique n'est pas chargé, la neutralité moyenne s'écrit

$$\int_0^L p\,\mathrm{d}x = PL.$$

e. La différence de potentiel entre les deux faces du spécimen est imposée et l'on a

$$(4)\qquad \int_0^L E\,\mathrm{d}x = V_1 - V_2 = W.$$

A cette différence de potentiel on peut relier un champ électrique moyen

$$E_m = \frac{W}{L}.$$

f. Comme on a supposé que les électrodes n'étaient pas en contact du diélectrique, aucun ion ne peut s'échapper par les électrodes. La densité de courant est nulle sur les deux faces

$$(5)\qquad j_1 = j_2 = 0.$$

De ces équations générales on peut tirer quelques conclusions simples importantes : en intégrant l'équation de Poisson en x de 0 à L, il vient

$$(5\ bis)\qquad E_2 - E_1 = \int_0^L \frac{4\pi q}{\varepsilon\varepsilon_0}(P - p)\,\mathrm{d}x = 0 \qquad (E_2 = E_1).$$

De la relation

$$\frac{4\pi q}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 E}{\partial x\,\partial t} = \frac{4\pi}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial j}{\partial x}$$

on déduit

$$(3\ ter)\qquad \left\{\begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial E}{\partial t}\right)_1 - \left(\dfrac{\partial E}{\partial t}\right)_2 = (j_1 - j_2)\dfrac{4\pi}{\varepsilon\varepsilon_0} = 0 \\ \qquad\left[\left(\dfrac{\partial E}{\partial t}\right)_1 = \left(\dfrac{\partial E}{\partial t}\right)_2\right]. \end{array}\right.$$

Par conséquent, les champs électriques et leur vitesse de variation sont les mêmes au voisinage des deux électrodes et ceci quelle que soit la différence de potentiel appliquée W, même si elle dépend du temps.

L'importance de cette propriété vient de ce que dans les expériences réalisées on mesure le courant de charge des électrodes, c'est-à-dire la variation de charge par unité de surface d'électrode, qui est proportionnelle au champ électrique sur les faces de la lame.

La résolution des équations précédentes dans le cas général est difficile, mais plusieurs problèmes plus simples peuvent être abordés. Si la différence de potentiel W est maintenue constante pendant un temps suffisamment long, il s'établit un état d'équilibre que l'on peut étudier. Le mode d'établissement de cet état d'équilibre est beaucoup plus difficile à préciser. Il est possible aussi de superposer à cet état d'équilibre une faible composante alternative pour W et de regarder ce qui en résulte pour les autres grandeurs.

3. ÉTUDE DE L'ÉTAT D'ÉQUILIBRE.

Dans cet état aucune des grandeurs ne doit dépendre du temps, donc $\frac{\partial j}{\partial t} = 0$, ce qui entraîne

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \qquad (j = \text{const.})$$

et comme

$$j_1 = j_2 = 0, \qquad j = 0.$$

donc

$$pE - \frac{kT}{q}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

en prenant V comme variable, on obtient la loi de répartition des densités

$$p = C\exp\frac{qV}{kT}.$$

De l'équation (1) avec le même changement de variable, on tire

$$E^2 = \frac{8\pi q}{\varepsilon\varepsilon_0}\left(PV + \frac{kT}{q}C\exp - \frac{qV}{kT} + A\right).$$

La constante C est déterminée par la condition $E_1 = E_2$, d'où les solutions en fonction de V

$$(6)\qquad \left\{\begin{array}{l} p = P\dfrac{qW}{kT}\dfrac{\exp - \dfrac{qV}{kT}}{\exp\left(-\dfrac{qV_1}{kT}\right) - \exp\left(-\dfrac{qV_2}{kT}\right)}, \\ E^2 = \dfrac{8\pi q}{\varepsilon\varepsilon_0}\left[PV + \dfrac{PW\exp - \dfrac{qV}{kK}}{\exp\left(-\dfrac{qV_1}{kT}\right) - \exp\left(-\dfrac{qV_2}{kT}\right)} + A\right] \\ x = \left(\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0}{8\pi q}\right)^{\frac{1}{2}}\displaystyle\int_V^{V_1} \\ \qquad \times \dfrac{\mathrm{d}V}{\left[VP + \dfrac{PW\exp\left(-\dfrac{qV}{kT}\right)}{\exp - \left(\dfrac{qV_1}{kT}\right) - \exp - \left(\dfrac{qV_2}{kT}\right)} + A\right]^{\frac{1}{2}}}. \end{array}\right.$$

Dans ces équations la constante A est définie par la condition que $x = L$ pour $V = V_2$.

Pour faciliter l'écriture des formules et pour discuter les ordres de grandeurs il est pratique d'introduire les variables sans dimension

$$\omega = \frac{qV}{kT} \qquad \text{et} \qquad \Omega = \frac{qW}{kT}$$

et de poser $V_1 = W$, $V_2 = 0$

$$(7) \quad \begin{cases} p = P\,\dfrac{\Omega\,e^{-\omega}}{1 - e^{-\Omega}}, \\[2ex] E^2 = E_0^2\left(\omega + \dfrac{\Omega\,e^{-\omega}}{1 - e^{-\Omega}} + B\right), \qquad E_0 = \left(\dfrac{8\pi kT}{\varepsilon\varepsilon_0}P\right)^{\frac{1}{2}}, \\[2ex] \alpha x = \displaystyle\int_0^{\omega} \dfrac{d\omega}{\left(\omega + \dfrac{\Omega\,e^{-\omega}}{1 - e^{-\Omega}} + B\right)^{\frac{1}{2}}}, \qquad \alpha = \dfrac{q}{kT}E_0. \end{cases}$$

Ces formules permettent de tracer l'allure des

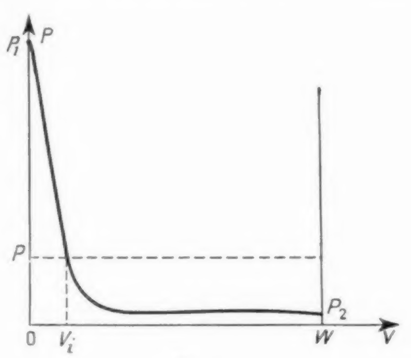


Fig. 2.

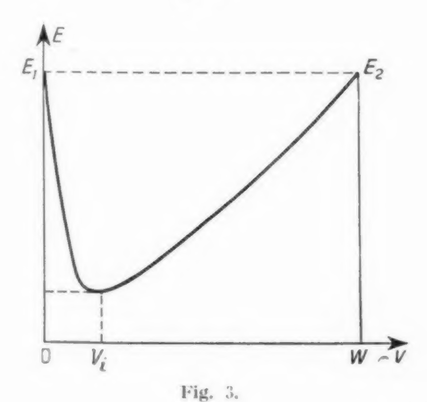


Fig. 3.

variations de la densité d'ions libres et du champ électrique en fonction du potentiel (*fig.* 2 et 3).

On note que les densités d'ions au voisinage des surfaces sont très différentes : $\log \frac{p_1}{p_2} = \Omega$ $\left(\text{à } 300^\circ\text{K pour } W = 1\text{V on a } \Omega = 40 \quad \frac{p_1}{p_2} = 10^{16}\right)$, les ions mobiles se sont donc concentrés au voisinage d'une face en abandonnant complètement l'autre. Le champ électrique est maximum près des surfaces et minimum en un point intérieur du diélectrique pour lequel $p = P$, c'est-à-dire où la densité d'ions mobiles compense la densité d'ions fixes.

Pour préciser les variations de E et de V en fonction de x, il faudrait ajuster la constante B, tirer $x(V)$ de la troisième équation (7) et transcrire les courbes précédentes : plutôt que de faire ce calcul nous allons nous attacher à évaluer la valeur atteinte par le champ en surface E_1 et sa dépendance en fonction de la différence de potentiel appliquée W.

4. ÉVALUATION DU CHAMP PRÈS DE LA SURFACE.

En posant $\omega = u\Omega$, $B = b\Omega$, il faut résoudre l'équation

$$\frac{\alpha L}{\sqrt{\Omega}} = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{u + \dfrac{e^{-\Omega u}}{1 - e^{-\Omega}} + b}} = I$$

par rapport à b et calculer

$$E_1 = E_0\,\Omega^{\frac{1}{2}}\left(b + \frac{1}{1 - e^{-\Omega}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ou encore le rapport

$$\xi = \frac{E_1}{E_m} = \frac{\alpha L}{\sqrt{\Omega}}\left(b + \frac{1}{1 - e^{-\Omega}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

du champ local E, au champ moyen $E_m = \frac{W}{L}$.

L'étude des variations de

$$y = u + \frac{e^{-\Omega u}}{1 - e^{-\Omega}} + b \quad (\textit{fig. } 4)$$

montre l'existence d'un minimum

$$y_m = b + \delta,$$

avec

$$\delta = \frac{1}{\Omega}\log\frac{\Omega}{1 - e^{-\Omega}} + \frac{1}{\Omega}.$$

La variation totale

$$\Delta y = y_1 - y_m = \frac{1}{1 - e^{-\Omega}} - \delta$$

est positive, quel que soit Ω.

Plutôt que de chercher à évaluer l'intégrale I, on va encadrer sa valeur en encadrant la courbe $y(x)$ par le segment CD d'une part, la ligne brisée AMB d'autre part.

Les valeurs limites de I ainsi obtenues sont portées en fonction de b sur la figure 5, et l'on peut écrire

$$\frac{2}{\frac{1}{1-e^{-\Omega}}-\delta}\left[\sqrt{b+\frac{1}{1-e^{-\Omega}}}-\sqrt{b+\delta}\right] < I < \frac{1}{\sqrt{b+\delta}}.$$

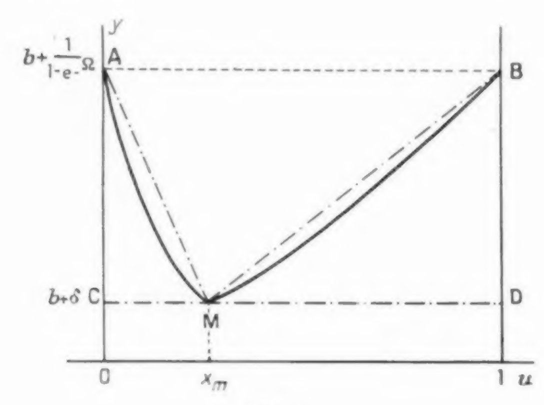


Fig. 4.

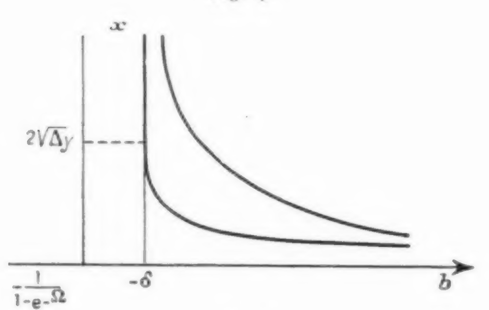


Fig. 5.

La révolution de $I = \frac{\alpha L}{\sqrt{\Omega}}$ et le calcul de ξ donnent alors

$$(8)\quad \begin{cases} \alpha L\left(\frac{\Delta y}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}} < \xi < \left(1+(\alpha L)^2\frac{\Delta y}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{si} \\ \alpha L > 2\sqrt{\Omega\,\Delta y}, \\ 1+\frac{(\alpha L)^2}{4}\frac{\Delta y}{\Omega} < \xi < \left(1+(\alpha L)^2\frac{\Delta y}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{si} \\ \alpha L < 2\sqrt{\Omega\,\Delta y}. \end{cases}$$

Pour utiliser ces formules nous donnons dans le tableau I les valeurs de Δy, $\Omega\,\Delta y$, $\frac{\Delta y}{\Omega}$.

Les valeurs limites trouvées pour $\Omega\,\Delta y$ et $\frac{\Delta y}{\Omega}$ permettent de dire que pour Ω très grand, on a certainement $\alpha L < 2\sqrt{\Omega\,\Delta y}$ et

$$1+\frac{(\alpha L)^2}{4}\frac{\Delta y}{\Omega} < \xi < 1+\frac{(\alpha L)^2}{2}\frac{\Delta y}{\Omega},$$

c'est-à-dire que pour de grandes différences de potentiel appliquées W, le champ au voisinage des surfaces n'est que très légèrement supérieur au champ moyen $\frac{W}{L}$.

TABLEAU I.

Ω	0,05	0,5	1	10	10^2	10^3
Δy	0	0,06	0,12	0,67	0,94	1
$\Omega\,\Delta y$	0	0,03	0,12	6,7	94	Ω
$\frac{\Delta y}{\Omega}$	0,125	0,12	0,12	0,07	0,01	$\frac{1}{\Omega}$

Pour les faibles valeurs de Ω, au contraire, on a certainement $\alpha L > 2\sqrt{\Omega\,\Delta y}$ et comme $\frac{\Delta y}{\Omega}$ est de l'ordre de 0,125, l'encadrement de ξ devient

$$0,37\,\alpha L < \xi < 0,37\,\alpha L\left(1+\frac{8}{(\alpha L)^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Comme αL peut être très grand devant 1, nous voyons que le champ au voisinage des surfaces peut être notablement plus grand que le champ moyen $\frac{W}{L}$. Remarquons d'ailleurs que

$$E_1 = \xi \times \frac{W}{L} \approx 0,37\,\alpha W$$

est indépendant de l'épaisseur du diélectrique et proportionnelle à la différence de potentiel appliquée W.

Pour les valeurs intermédiaires de Ω, encore faibles devant αL, on peut écrire

$$\xi \sim \alpha L\left(\frac{\Delta y}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ou

$$E_1 \sim \alpha\left(\frac{LT}{q}\right)^{\frac{1}{2}}(\Delta y)^{\frac{1}{2}} W^{\frac{1}{2}}.$$

Dans cette région, le champ près de la surface est encore indépendant de l'épaisseur, mais dépend de la racine carrée de la différence de potentiel appliquée.

Ces différents résultats sont représentés sur la figure 6, où l'on a tracé la courbe de variation de E_1 en fonction de W.

Numériquement, pour un échantillon typique de céramique à base de titanate de baryum avec

$\varepsilon = 10^3$, $L = 0{,}02$ cm, $P = 10^{17}$ ions par centimètre cube, à 300° K, $\alpha = 1{,}1 . 10^5$ cm^{-1}, $\alpha L = 2.200$.

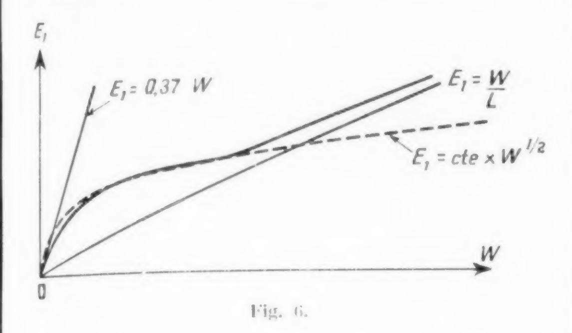


Fig. 6.

Les valeurs correspondant à diverses différences de potentiel appliquées sont données par le tableau II.

TABLEAU II.

W (V)	E_m (V/cm)	ξ	E_1 (kV/cm)
0,1	5	800	4
1	50	340	17
10	500	113	56
100	5 000	36	180
1000	50 000	12	565

Ces résultats numériques montrent que les champs atteints en surface peuvent être considérablement plus grands que ceux qu'on évalue en divisant la différence de potentiel appliquée par l'épaisseur du spécimen. Remarquons de plus que le rapport ξ est inversement proportionnel à $\varepsilon^{\frac{1}{2}}$: pour des matériaux de constante voisine de 10, par exemple, il faudrait encore multiplier ξ par 10. D'autre part, la valeur choisie $P = 10^{17}$ ions par centimètre cube correspond à peu près à un ion mobile pour 10 000 mol du réseau cristallin et, bien que nous n'ayons que peu de renseignements sur cette densité, il n'est pas impossible de supposer qu'elle puisse être plus grande, ce qui a pour effet d'augmenter encore ξ.

5. CONSÉQUENCES ET RETOUR SUR CERTAINES HYPOTHÈSES.

Les grandes valeurs du champ électrique atteintes en surface ont été calculées en supposant que l'état d'équilibre était réalisé. En fait, cet état peut être très long à atteindre : si, sur un échantillon préalablement au repos avec une densité uniforme d'ions mobiles, on applique une différence de potentiel W qu'on maintient constante, les ions mobiles commencent à se concentrer vers une des faces en créant une véritable charge d'espace dans laquelle le champ électrique peut prendre les valeurs précédemment calculées. Ce processus appelle quelques remarques.

Tout d'abord, le temps d'établissement peut être très long (de plusieurs heures à plusieurs milliers d'heures), il dépend de la valeur de μ sur laquelle nous n'avons que peu de renseignements et aussi de la température.

Ensuite, dès que le champ atteint localement des valeurs élevées, certaines hypothèses faites au départ cessent d'être vraisemblables. Il peut se faire que certains des ions mobiles concentrés sur une face y capturent un électron et, devenus neutres, diffusent dans l'intérieur du diélectrique sous l'influence de l'agitation thermique. S'ils atteignent ainsi l'autre face, ils peuvent s'y ioniser à nouveau en perdant un électron et revenir alors vers l'autre face sous l'influence du champ électrique, où le processus peut recommencer. Il en résulterait un courant électrique à travers le diélectrique, contraire à l'hypothèse $j_1 = j_2 = 0$.

Dans le processus décrit ci-dessus les électrons doivent quitter la surface du diélectrique pour atteindre l'électrode métallique qui lui fait face ou réciproquement. Ce phénomène peut se produire effectivement sous forme d'effluves ou d'aigrettes qu'on observe parfois. Mais dans l'hypothèse la plus souvent réalisée, où les électrodes sont des dépôts métalliques en contact avec le diélectrique, le passage des électrons d'un milieu à l'autre est beaucoup plus facile et doit se réaliser pour des valeurs plus basses du champ électrique.

Dans cette même hypothèse, il doit exister sur les atomes métalliques des électrodes des forces telles qu'elles peuvent expliquer les migrations de ces atomes et même la pénétration de ces atomes dans le diélectrique.

6. CONCLUSION.

Il résulte des calculs précédents que, sous les hypothèses faites qui sont certainement valables au départ, le champ électrique au voisinage des surfaces a tendance à prendre plus ou moins rapidement des valeurs élevées, par suite de la création d'une charge d'espace ionique. Quand les valeurs atteintes sont trop grandes, certaines des hypothèses deviennent douteuses, mais les phénomènes qui apparaissent alors peuvent expliquer en partie la conductibilité du diélectrique, les migrations d'ions et le claquage.

DESCRIPTION ET PARTICULARITÉS TECHNIQUES DU MATÉRIEL A MODULATION DE FRÉQUENCE TYPE FH 610 (1)

PAR M. SCHWINDENHAMMER,

Service Technique « Multiplex »
de la Société Française Radioélectrique.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé succinctement les recommandations du C. C. I. F. relatives au bruit dans une voie téléphonique, l'auteur présente l'équipement multiplex à modulation de fréquence* FH 610, *réalisé par la Société Française Radioélectrique en insistant plus particulièrement sur certaines de ses caractéristiques. Il souligne ensuite ses facilités d'installation et de maintenance, donne les résultats d'essais obtenus et énumère les nombreux réseaux installés ou en cours d'installation avec ce type de matériel.* (C. D. U. : 621.396.4.)

SUMMARY. — *Having briefly recalled the C.C.I.F. recommendations in respect of noise in a telephone channel, the author presents the frequency modulated multiplex equipment type* FH 610, *developed by the Société Française Radioélectrique. He then sets out its ease of installation and maintenance, gives the results of tests and a list of the numerous networks installed, or being installed, using this type of equipment* (U.D.C. 621.396.4).

1. INTRODUCTION.

La convention d'Atlantic City a alloué aux services fixes et mobiles, quelques bandes de fréquences étroites autour de 71, 76, 80 et 160 Mc/s et deux bandes intéressantes plus larges autour de 400 et 460 Mc/s.

Les bandes I et II ultra-haute fréquence citées sont très encombrées, elles ne sont utilisées qu'exceptionnellement pour les liaisons multiplex à grand nombre de voies, quand la distance à couvrir entre stations est grande, qu'il n'existe aucune possibilité d'établir de relais ou quand la visibilité optique est irréalisable (bras de mer, îles, montagnes à points inaccessibles).

Au contraire, les fréquences de 400 Mc/s se diffractant moins, ne sont utilisables que dans le cas de visibilité optique. Dans cette bande de fréquence, la propagation s'effectue dans de bonnes conditions de stabilité de champ si la distance à couvrir ne dépasse pas 100 km. Sur ces fréquences, l'affaiblissement de transmission constaté, par rapport à celui en espace libre, est en moyenne de l'ordre de 1,5 dB par 10 km pendant un temps inférieur à 1 %. Il en résulte qu'il est possible de réaliser sur ces ondes des faisceaux hertziens d'exploitation aisée avec un matériel classique, équipé de tubes relativement poussés à faible tension d'alimentation; le gain des aériens utilisés, obtenu avec une surface réduite, permet de réaliser une économie substantielle sur la puissance haute fréquence rayonnée.

2. — TRANSMISSION MULTIPLEX.

Recommandations du C. C. I. F. relatives aux bruits dans une voie.

Les faisceaux hertziens nationaux ou internationaux sont toujours à grand nombre de voies et il est possible de les comparer aux câbles métalliques.

(1) Manuscrit reçu le 17 janvier 1957.

Les recommandations du C. C. I. F., établies pour ces derniers, peuvent être admises pour les faisceaux hertziens.

L'ensemble des bruits sur une voie téléphonique, apportés par les parasites, le souffle des appareils (bruits thermiques, de source, de scintillation de fréquence des oscillateurs, etc.), les perturbations dues à la diaphonie (distorsions non linéaires), ne doivent pas dépasser un certain niveau par rapport au signal utile.

Le bruit total, y compris la diaphonie intelligible et inintelligible, à l'extrémité d'un circuit d'une longueur de 2 500 km, sur la voie téléphonique la plus défavorisée branchée sur un psophomètre, ne doit pas dépasser 10 000 pW, ce qui correspond à un niveau absolu de — 50 dBm.

Pour les circuits radios, le bruit total limite est fixé à 7 500 pW, le reste, soit 2 500 pW peut être provoqué par les appareillages multiplex de transposition. Dans le bruit total, c'est la diaphonie qui est l'élément le plus difficile à réduire. Les distorsions sont dues à la non-linéarité des caractéristiques de modulation et de discrimination, à une limitation imparfaite et surtout à une variation du temps de transit dans la bande de transmission.

La variation du temps de transit provient :

a. des circuits radios traversés par l'onde modulée en fréquence;

b. des réflexions dans les feeders si ceux-ci sont mal adaptés aux aériens;

c. de l'espace où s'effectue la propagation : trajets multiples et réflexions sur des obstacles locaux.

Pour tenir compte de ces difficultés, le constructeur devra choisir des bandes passantes et réaliser des adaptations d'impédances convenables en vue de réaliser un compromis pour assurer un niveau de bruit acceptable.

Il en résulte que la puissance d'émission, l'indice de modulation, le gain des aériens, la distance limite entre deux stations terminales ou relais, c'est-à-dire l'affaiblissement de transmission, les pertes dans les feeders, le facteur de bruit à l'entrée du récepteur, seront les principaux facteurs déterminants de la qualité d'une liaison hertzienne.

D'autres conditions par contre, telles que la stabilité de l'équivalent de transmission et la suppression des échos téléphoniques, n'offrent pratiquement pas de difficultés techniques pour être remplies. Notamment la stabilité de l'équivalent de transmission, qui ne dépend que de la régularité du secteur d'alimentation, est bien meilleure que celle des câbles coaxiaux à grande distance toujours soumis aux variations de températures saisonnières.

3. PRÉSENTATION DU MATÉRIEL.

Le matériel affecté à la transmission des informations comprend :

1° Un émetteur-récepteur à modulation de fréquence chargé de véhiculer dans l'espace les courants téléphoniques transposés. La modulation de fréquence, dont les avantages ne sont pas à décrire, a été choisie surtout pour les propriétés physiques intéressantes suivantes :

— le gain de modulation qu'on peut en attendre;
— la bande étroite de fréquence qu'elle occupe;
— les possibilités de grande linéarité;
— la transmission directe des courants porteurs;
— la constance de l'équivalent de transmission.

2° Outre l'émetteur-récepteur, ce matériel est complété par des accessoires qui revêtent une grande importance pour l'exploitation d'un réseau et sa maintenance :

— une voie de service qui permet d'échanger entre les stations des conversations simples ou de conférence par les techniciens chargés de l'exploitation;

— une commutation automatique assurant en cas d'incident le passage sur une station de réserve;

— un système de télésignalisation indiquant dans les équipements terminaux les incidents de fonctionnement survenant dans les relais non surveillés et certains renseignements concernant les équipements auxiliaires (secteur, groupes électrogènes) et l'infrastructure (ouverture de portes, franchissement de clôture, etc.).

Ces signalisations, visuelles et sonores, alertent la surveillance en indiquant le type d'évènement en dérangement et sa situation sur le faisceau.

Nous nous proposons de décrire une station complète terminale et relais. La figure 1 donne une image de la structure d'un faisceau constitué par deux stations terminales et une station relais.

Une *station terminale* rationnellement équipée comportera :

a. une chaîne principale constituée par un bâti comprenant un émetteur-récepteur (*fig.* 2 et 3);

b. une chaîne identique de réserve;

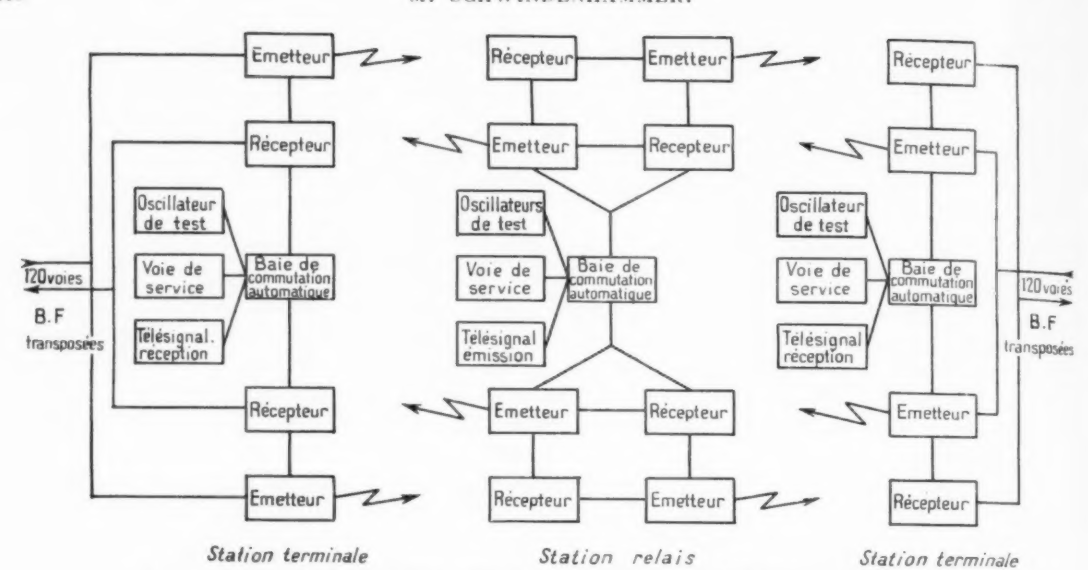


Fig. 1. — Structure générale d'un câble hertzien avec relais équipé d'une chaîne de réserve.

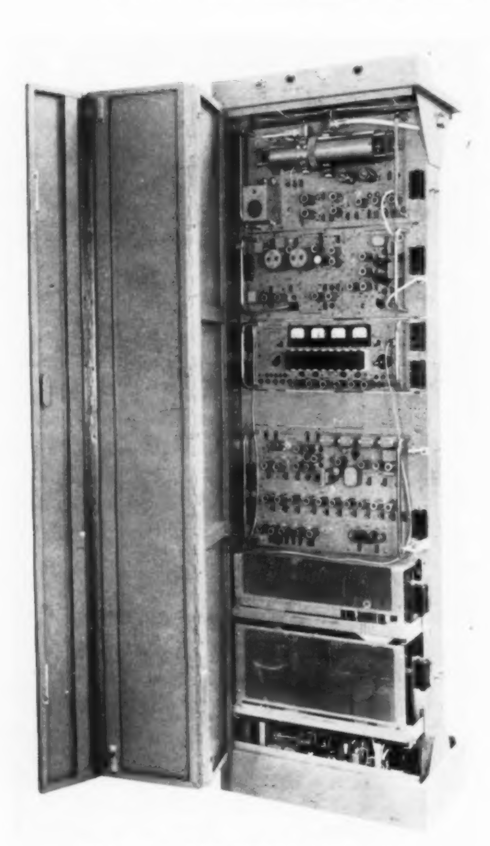


Fig. 2. — Bâti FH 610. Vue avant.



Fig. 3. — Bâti FH 610. Vue arrière.

c. un bâti dit de « commutation » comprenant la voie de service et son alimentation, la commutation automatique et l'oscillateur de test de contrôle du récepteur, la télésignalisation partie réception indicatrice des incidents survenus sur le faisceau.

La *station relais* se caractérise par une distribution analogue. Les bâtis radios sont doublés du fait des deux sens de transmission à desservir, l'onde reçue est réémise par simple transposition de fréquence sans démodulation. Toutefois, le récepteur, identique à celui des stations terminales, est utilisé pour démoduler la voie de service et le contrôle des voies téléphoniques en transit.

Le bâti de commutation comprend sa voie de service, deux platines de commutation automatique

Puissance prise au secteur, pour un bâti émetteur-récepteur : 900 VA, $\cos \varphi = 0,9$.

5. DESCRIPTION DU MATÉRIEL.

Le matériel se présente dans une baie standard ayant les dimensions suivantes : hauteur, 1,92 m; largeur, 0,60 m; profondeur, 0,40 m.

Elle contient :

— l'émetteur;
— le récepteur;
— les dispositifs de commandes, de mesures et de contrôle;
— les alimentations.

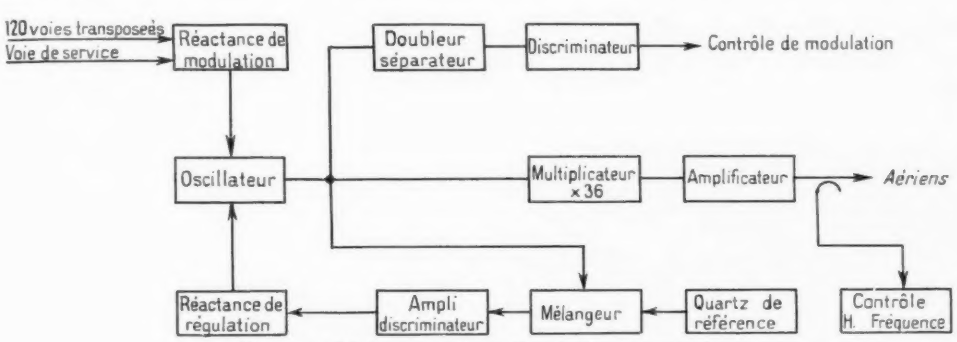


Fig. 4. — Schéma synoptique d'un émetteur terminal.

(une pour chaque sens), deux oscillateurs de test pour le contrôle des deux récepteurs, et la platine télésignalisation partie émission informatrice des incidents aux équipements terminaux surveillants.

4. CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES DU MATÉRIEL.

Bande d'utilisation : 360-430 et 460-470 Mc/s.
Puissance d'émission : 15 à 20 W.
Type de modulation : modulation de fréquence.
Déviation de fréquence crête : $\pm$ 1 Mc/s.
Nombre de voies : 60, 120 voies.
Déviation nominale par voie : 280 kc/s crête pour 60 voies.
Bande de modulation : 12-552 kc/s.
Impédance d'entrée et de sortie C. P. : 150 ou 75 Ω.
Impédance d'entrée et de sortie haute fréquence : 50 Ω.
Bande passante totale : 3,5 Mc/s à 3 dB.
Stabilité de fréquence : 1/10 000e.
Tension secteur monophasée : 127 V, 50 p/s.

5.1. Émission.

La figure 4 donne le schéma unifilaire de l'émetteur. L'émetteur est constitué de deux platines :

5.1.1. PLATINE PILOTE. — La figure 5 donne le schéma d'ensemble simplifié. Cette platine se compose de trois parties :

Le modulateur de fréquence comprenant :

a. Un transformateur de modulation agissant directement sur les tubes à réactance;

b. Une triode oscillatrice à couplage magnétique entre grille et plaque;

c. Des circuits déphaseurs haute fréquence alimentés par des pentodes excitées par l'oscillateur. Ces circuits délivrent, sur les grilles des tubes à réactance, des tensions haute fréquence en quadrature de phase convenable par rapport à la tension des anodes;

d. Enfin, deux tubes à réactance montés en symétrique contrôlant la fréquence pilote.

Le régulateur de fréquence comprenant :

a. Un changeur de fréquence;

b. Un amplificateur moyenne fréquence à bande étroite réglé sur 1 Mc/s;

quence stable de référence pilotée par quartz. Le battement résultant, de fréquence différentielle égale à 1 Mc/s, est soigneusement filtré par un amplificateur à bande étroite pour éliminer les bandes latérales de modulation et ensuite discriminé.

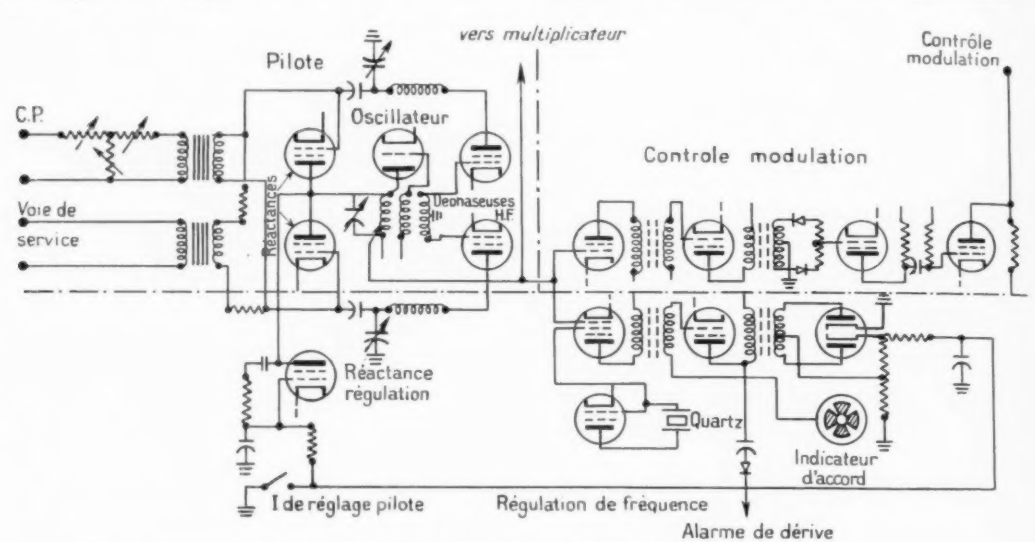


Fig. 5. — Schéma simplifié du pilote terminal.

c. Un discriminateur à pente élevée;
d. Un indicateur visuel de régulation.

Cet appareil est destiné à assurer une bonne

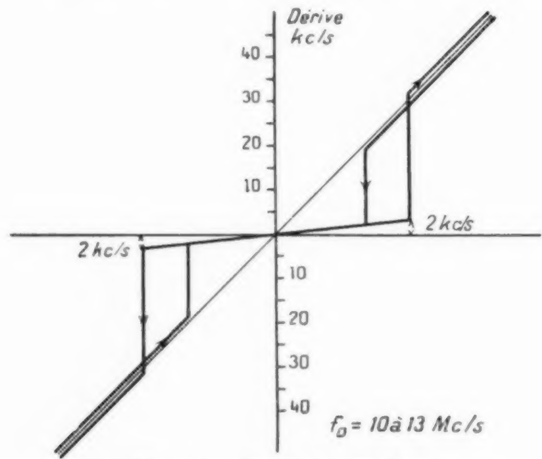


Fig. 6. — Courbe de régulation montrant l'amélioration de stabilité du pilote.

stabilité de fréquence par une stabilisation automatique du circuit pilote. Son principe est le suivant:

La fréquence porteuse est mélangée à une fré-

Le rapport de la fréquence pilote à la fréquence de battement étant élevé, il résulte qu'une légère variation de l'oscillateur se traduit au discriminateur de régulation par une importante variation relative de la fréquence convertie.

La discrimination développe des tensions continues de polarité positives ou négatives suivant le sens de la dérive. Ces tensions sont appliquées à un tube à réactance spécial monté sur le circuit pilote. La dérive de fréquence se trouve corrigée par les variations de pente de ce tube qui obéit aux tensions issues du discriminateur.

Un indicateur à trèfle cathodique informe par sa fermeture que le système régulateur fonctionne correctement et que l'émetteur est calé sur sa fréquence nominale. La figure 6 relevée expérimentalement montre l'amélioration obtenue sur la stabilité à l'aide de ce montage.

Le contrôle de la modulation comprenant :

a. Un séparateur doubleur de fréquence porteuse;

b. Un limiteur discriminateur de phase Foster-Seeley à ferrite à large bande;

c. Un amplificateur à courants porteurs.

5.1.2. Platine multiplicateur-amplificateur

(*fig.* 7). — Le facteur de multiplication est de 36, les étages successifs sont (voir *fig.* 8) :

— Un tube pentode tripleur PM 07;
— Un tube pentode doubleur PM 07;
— Un tube pentode doubleur 6 AN 5;

suivi de :

— Deux tubes pentodes amplificateurs en symétrique 6 AN 5;

— Deux tubes triodes grille à la terre tripleurs à ligne 417 A;

— Un tube amplificateur QQE 06/40 à ligne;

— Un tube de sortie 4 X 150 A à cavité délivrant une puissance minimum de 15 W.

Ces étages sont à circuits couplés, légèrement au-dessus du couplage critique, dans le but d'obtenir sur la grille des étages suivants une excitation en

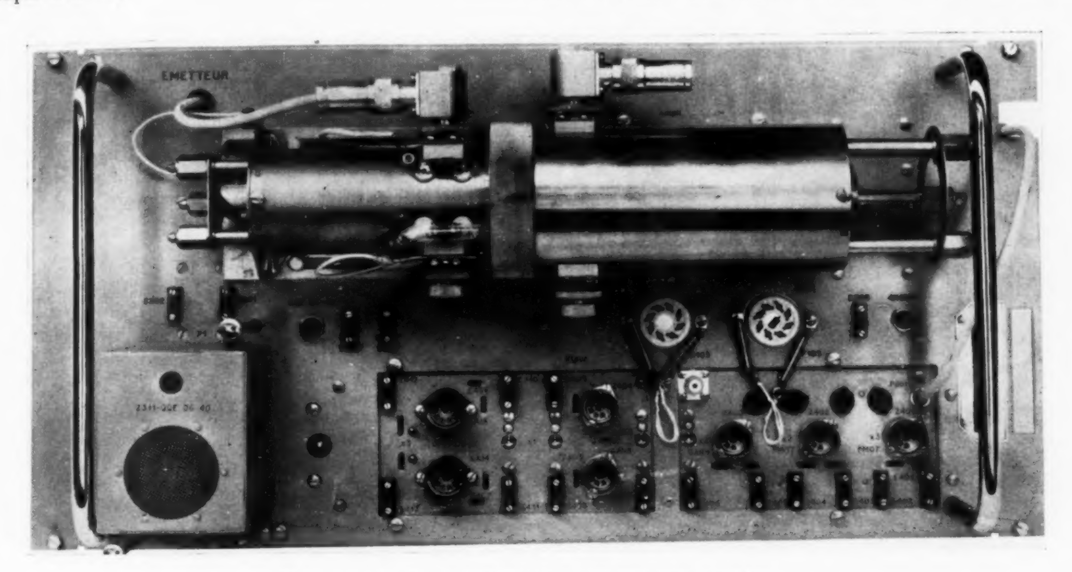


Fig. 7. — Platine multiplicateur amplificateur émission.

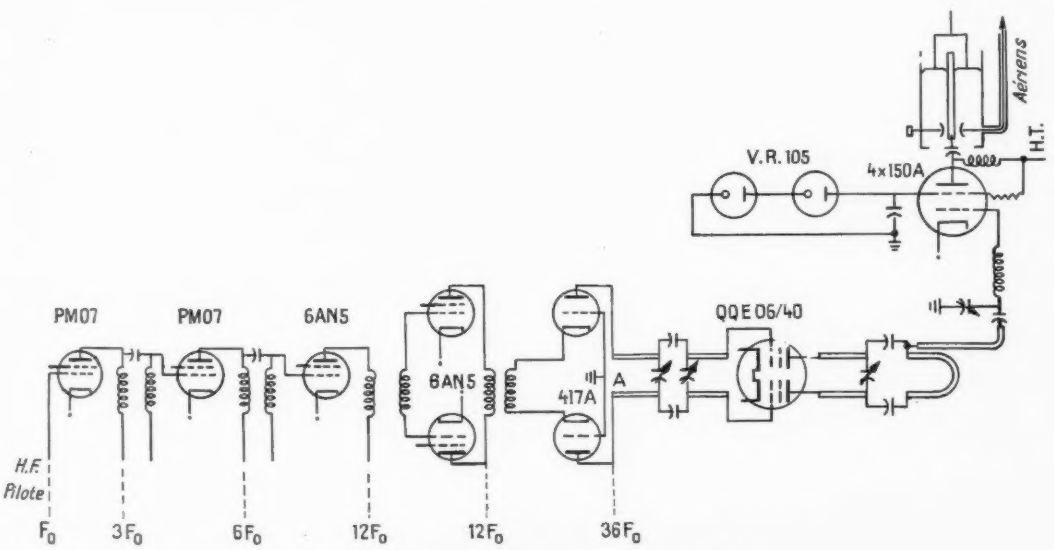


Fig. 8. — Schéma simplifié de l'émetteur terminal.

tension suffisante dans toute la bande de transmission.

La charge d'anode du circuit de sortie est une cavité coaxiale 1/4 d'onde, munie d'une capacité d'appoint et de longueur réglable par contacts glissants et bloqués. Le couplage au feeder d'an-

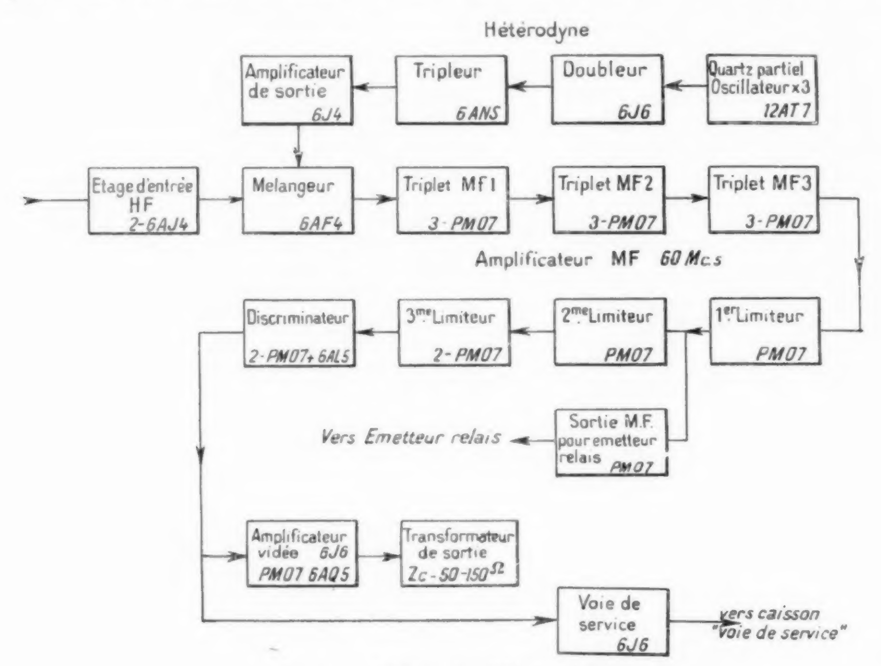


Fig. 9. — Schéma simplifié du récepteur.

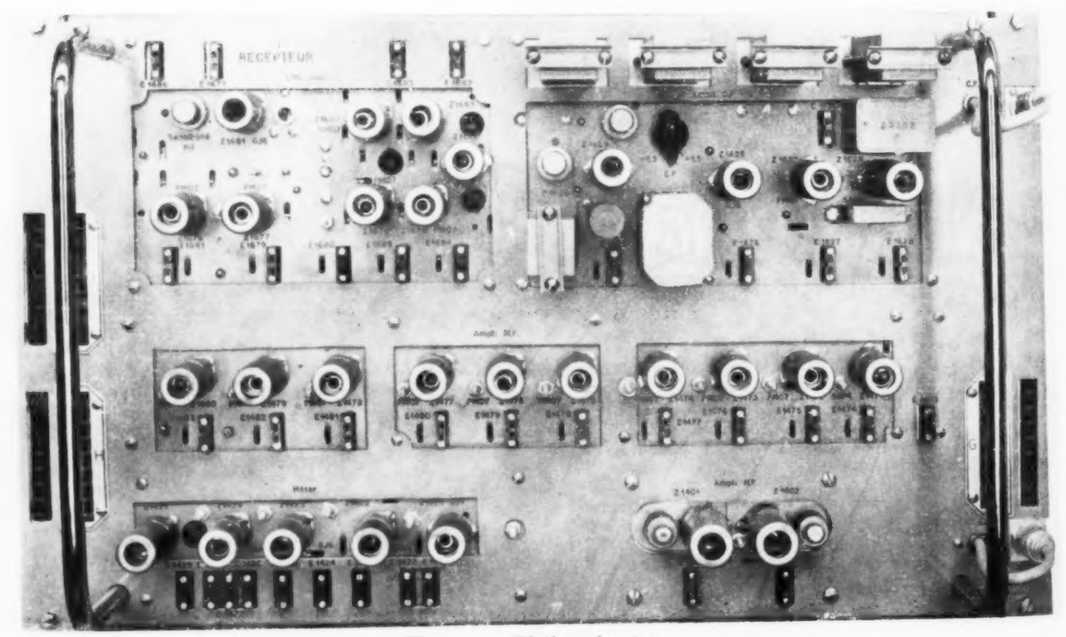


Fig. 10. — Platine récepteur.

tenne est capacitif. Nous noterons que la tension écran du tube 4 X 150 A est régulée par des tubes au néon. Pratiquement cette régulation est indispensable car le débit d'écran est très variable au cours de la durée de vie du tube.

5.2. Réception.

Le récepteur est entièrement monté sur une platine équipée de cinq boîtiers (*fig.* 9 et 10).

5.2.1. Le boîtier tête haute fréquence contient un amplificateur à deux étages triodes 6 AJ 4 grille à la masse, équipés chacun d'une cavité coaxiale 1/4 d'onde réglable par capacité (voir *fig.* 11).

Le feeder d'antenne est connecté en un point d'impédance convenable sur la cavité d'entrée.

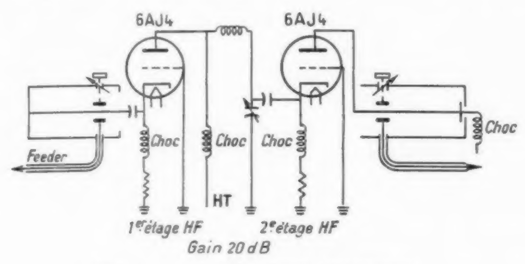


Fig. 11. — Boîtier haute fréquence.

Le circuit intermédiaire entre les deux tubes est à constantes localisées, il alimente la cathode de la triode suivante, dont la charge d'anode est une seconde cavité de construction analogue à celle d'entrée. La tension haute fréquence de sortie est acheminée, par un feeder, à la grille du tube mélangeur situé dans le boîtier moyenne fréquence. Les caractéristiques essentielles de cette tête haute fréquence sont :

A l'entrée :

— Un taux d'ondes stationnaires inférieur à 1,2 dans une bande de ± 1 Mc/s;

— Un facteur de bruit, mesuré avec un générateur à diode pour l'ensemble du récepteur, qui est de 10 à 12 dB, suivant la dispersion des tubes.

A la sortie :

— Un gain de 18 dB;

— Une bande passante de 5 Mc/s.

5.2.2. Le boîtier hétérodyne fournit le battement inférieur ou supérieur suivant le plan de fréquence utilisé; la moyenne fréquence est de 60 Mc/s.

La fréquence hétérodyne est fournie par un quartz travaillant sur partiel, suivi de deux tripleurs et d'un amplificateur grille à la masse.

5.2.3. Le boîtier moyenne fréquence est constitué par :

a. Un étage mélangeur à triode neutrodynée 6 AF 4 et possédant un circuit réjecteur sur la fréquence mage;

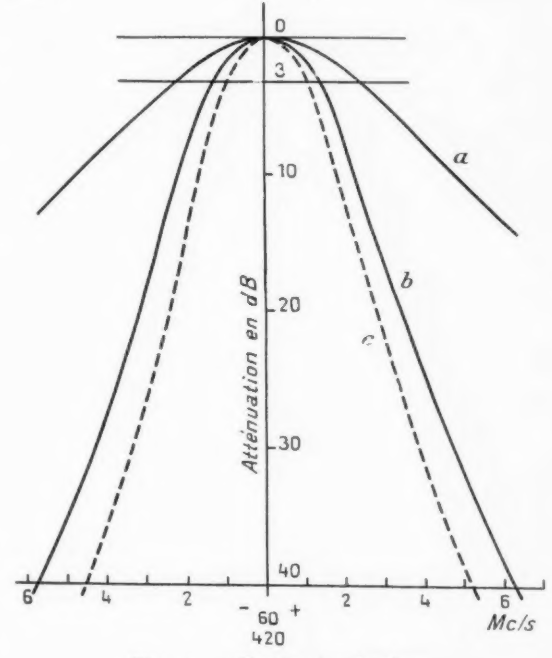


Fig. 12. — Bandes du récepteur.

a. Tête haute fréquence; *b.* moyenne fréquence; *c.* Globale.

b. Neuf tubes pentodes PM 07 groupés en trois triplets identiques à circuits décalés du type « maximally-flat ».

Les étages de chaque triplet sont accordés respectivement sur 62, 60 et 58,25 Mc/s. Le gain moyen est de 35 dB. La bande passante de l'ensemble est de (*fig.* 12) :

3,5 Mc/s, minimum à 3 dB;
13 Mc/s, maximum à 40 dB.

Le gain d'un étage est donné par l'expression :

$$GB = k \frac{S}{\sqrt{C}}, \quad \text{avec} \quad B = \frac{1}{4\pi RC},$$

C est l'ensemble des capacités respectives de sortie de cet étage et d'entrée du suivant, y compris les capacités parasites;
K dépend de la structure des circuits;
S est la pente du tube.

C est représenté par les capacités inter électrodes des tubes, du câblage, des supports des tubes, de la capacité répartie des selfs-inductances, des résistances d'amortissement, plus une capacité fixe à déterminer pour une considération d'ordre pratique. L'effet Miller, ramené par les tubes en fonction de leur polarisation grille, change les caractéristiques de l'impédance d'entrée. Il s'en suit qu'il faut adopter un compromis pour la valeur de *C* pour maintenir à une valeur acceptable le glissement des accords des circuits sous l'influence de l'A. V. C. (polarisation proportionnelle au champ reçu).

L'amplificateur moyenne fréquence a fait l'objet d'une attention toute particulière dès l'établissement de son projet, ainsi qu'au stade de fabrication en série, en raison de sa répétition le long d'un câble hertzien. On le retrouve en effet dans chacune des stations terminales ou relais.

La variation, en fonction de la fréquence, du temps de transit, a été calculée en tenant compte des tolérances de fabrication liées directement aux coefficients de surtension et aux désaccords de réglage des circuits.

Du point de vue réponse en amplitude, les courbes peuvent, aux essais, paraître satisfaisantes à l'oscillographe et donner malgré tout des distorsions de transmission non négligeables dues justement au temps de transit non uniforme dans la bande.

On remarque qu'en faisant varier légèrement les paramètres cités, les courbes amplitude restent équivalentes avec cependant des réponses de temps de transit nettement différentes.

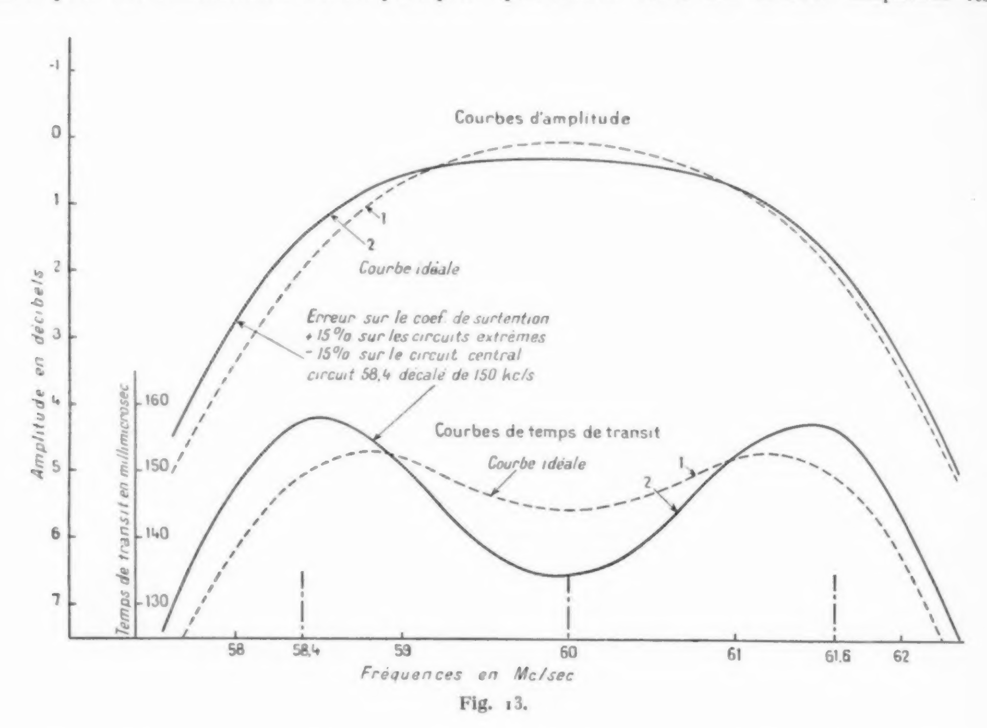


Fig. 13.

La figure 13 donne un exemple de cette situation entre :

— la courbe en pointillé : courbes idéales en amplitude et temps de transit;

— la courbe en trait plein : avec une erreur sur la surtension de + 15 % sur les circuits extrêmes, — 15 % sur le circuit central et un désaccord sur le circuit 58,25 Mc/s de — 150 kc/s.

5.2.4. Le boîtier limiteur-discriminateur. — La limitation, comme chacun sait, joue un rôle primordial, elle comporte un seuil; au-delà de ce seuil la tension de sortie devant rester rigoureu-

sement constante, le récepteur est muni de trois limiteurs en cascade; chacun de ces limiteurs possède des caractéristiques différentes qui se compensent de manière à obtenir une courbe amplitude/amplitude de limitation plate.

Pour commodité d'emploi, la limitation s'effectue à impédance élevée avec des pentodes. La réponse linéaire du quadripôle émetteur/récepteur est due, pour une large part, à une limitation efficace et au discriminateur placé à sa suite. Cette discrimination, en outre, ne sera obtenue que si la fréquence fondamentale qui l'attaque est pure, c'est-à-dire exempte d'harmoniques. Les trois limiteurs contribuent au filtrage par leurs circuits d'anode et surtout par le dernier limiteur symétrique qui procure une atténuation appréciable de l'harmonique 2.

Le premier limiteur et le troisième limiteur monté en symétrique, sont à courant grille. Lorsque l'amplitude d'excitation atteint le zéro de grille et le dépasse,

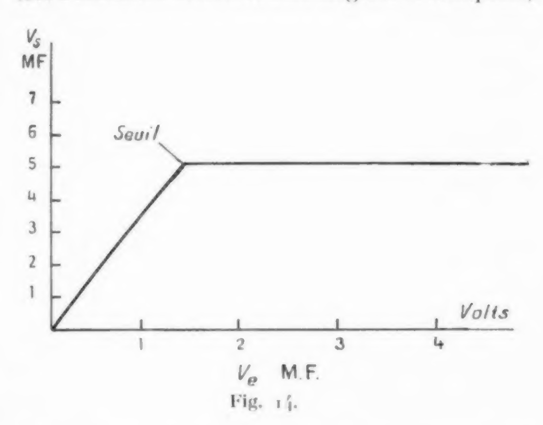


Fig. 14.

la grille débite et une autopolarisation s'accroît qui tend à « limiter » le courant plaque. La tension de sortie tend à devenir constante quelle que soit, au-delà du seuil, la tension d'entrée (voir *fig.* 14).

Dynamiquement, cette loi doit être maintenue. L'onde haute fréquence modulée en fréquence traverse un grand nombre de circuits. Les émetteurs-récepteurs, les feeders, le fading, les trajets multiples, les parasites, etc. procurent finalement à l'entrée du limiteur une modulation d'amplitude au rythme des fréquences de modulation. Le courant grille du limiteur provoque une détection dont la constante de temps est définie par la résistance et les capacités en présence qui sont celles de la grille, de la liaison intertube, de l'anode du tube précédent. Elles entrent en jeu pour réduire l'effet de limitation : un compromis des valeurs doit être choisi entre la résistance qui définit l'autopolarisation du tube et la capacité *C* peu modifiable par construction.

Le deuxième limiteur se présente avec le même montage que précédemment avec, en plus, un détecteur en parallèle sur la grille. Cette diode introduit une résistance de détection très faible entre grille et masse, elle accentue l'effet de limitation; la tension d'autopolarisation intégrée par le condensateur correspond au courant détecté dont

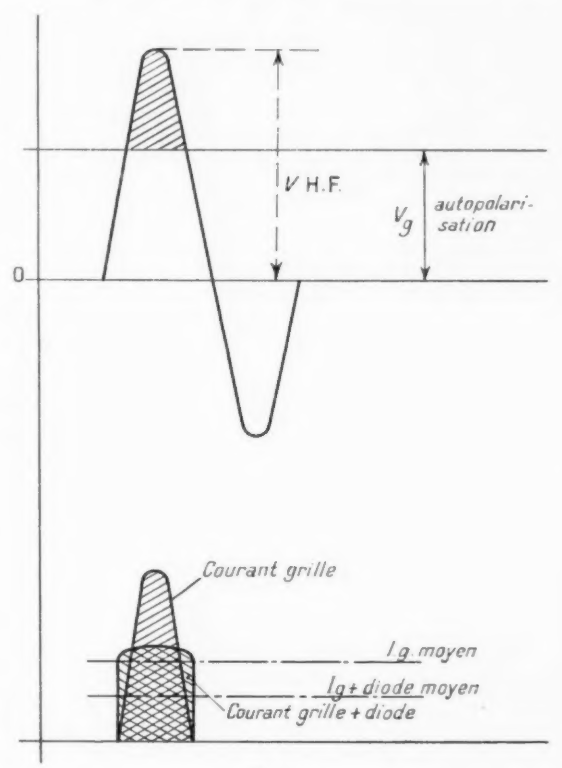


Fig. 15.

la crête plus arrondie s'approche plus près de la valeur moyenne (*fig.* 15).

La figure 16 donne la résultante de limitation obtenue avec l'ensemble des trois limiteurs en cascade.

Du fait même de cette constante de temps de détection, l'effet de limitation a un rendement d'autant plus petit que la fréquence *F* de modulation est plus élevée. La figure 17 relevée sur un récepteur met en évidence cet effet qui recule la valeur de quieting en fonction de la fréquence. Le quieting est le niveau de tension haute fréquence non modulé qu'il faut appliquer à l'entrée du récep-

teur pour réduire à la sortie le bruit dans un rapport donné, pris généralement à 20 dB.

Néanmoins, l'ensemble des limiteurs procure dans

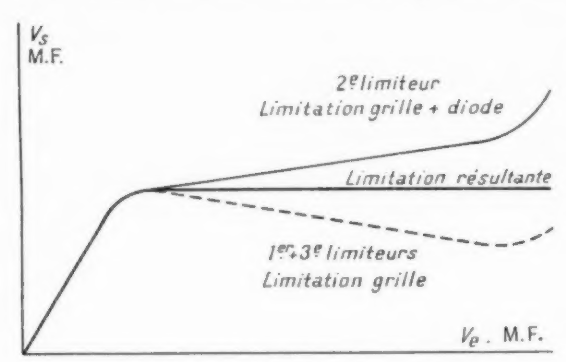


Fig. 16.

les conditions les plus mauvaises, c'est-à-dire sur la fréquence de la 120e voie, un « rabotage » supérieur à 50 dB.

Le discriminateur est constitué par deux circuits

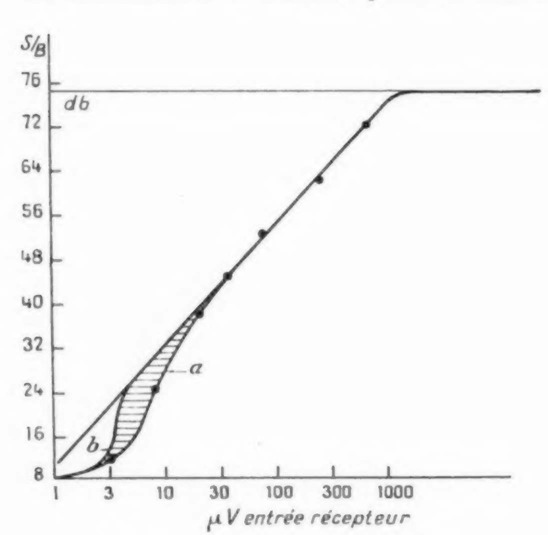


Fig. 17. — Efficacité de la limitation :
a. Relevée à F = 150 kc/s;
b. Relevée à F = 1 kc/s.

décalés indépendants qui débitent sur les diodes d'un tube 6 AL 5. La courbe de réponse est rigoureusement linéaire sur ± 1,5 Mc/s. La linéarité est obtenue en établissant l'égalité des modules des impédances sur les circuits et en calant le point d'inflexion de la courbe de réponse sur la fréquence centrale. Ces conditions sont rendues possibles en ajustant les surtensions des circuits qui doivent être légèrement différentes et faibles.

Les mesures révèlent une distorsion supérieure à 70 dB permettant sans difficulté un nombre de démodulations plus grand que ne le prévoit le C. C. I. F. dans la répartition élémentaire de référence d'une liaison.

Le réglage s'effectue préalablement en régime statique, puis en régime dynamique grâce à un wobulateur de pente dont le principe est le suivant : on applique à l'entrée de l'ensemble moyenne fréquence, à l'aide d'un générateur, une fréquence soumise à deux déviations :

— une déviation lente (50 p/s) de grande amplitude couvrant une bande $\Delta f = \pm 2$ Mc/s;

— une déviation rapide (100 kc/s) superposée de petit niveau $\Delta f = \pm 100$ kc/s.

Les variations de pente le long de la courbe du discriminateur se traduisent, pendant l'exploration à grande amplitude par des variations concomitantes du niveau 100 kc/s discriminé. La détection des variations d'amplitude de 100 kc/s sera mise en évidence sur un oscillographe, ou mieux sur un appareil de mesure étalonné en pour-mille de distorsion.

5.2.5. Le boîtier amplificateur a courants porteurs amplifie les courants issus du discriminateur à un niveau exploitable par les liaisons P. T. T. Le niveau admissible de sortie est supérieur au niveau — 15 dB proposé par le C. C. I. F.

L'amplificateur comprend trois tubes. Le premier étage 6 J 6 est monté grille à la terre pour réaliser les meilleures conditions de facteur de bruit. La sortie à deux positions 75 ou 150 Ω est déterminée par un transformateur qui constitue la charge du montage cathodyne d'un tube 6 AQ 5. Le gain est de 15 dB avec un taux de contre-réaction de 12 dB.

5.3. Platine commandes, mesures et contrôle.

Cette platine comprend :

Des dispositifs de sécurité constitués par :

— des fusibles doublés de lampes témoin;

— des relais de surintensité sur les circuits haute tension;

— des disjoncteurs sur l'arrivée du secteur;

— des relais temporisés pour l'application de la haute tension.

Des organes de commandes et mesures comprenant

— un interrupteur de mise en route ou de renvoi sur la commutation automatique.

Quatre appareils de mesure affectés respectivement :

— à la mesure permanente du courant plaque du tube final;
— au contrôle de zéro du discriminateur;
— au contrôle de tous les tubes au moyen de prises de test placées sur les circuits;
— à la mesure des différentes sources d'alimentation.

Les organes de contrôle, qui ont une très grande importance pour l'exploitation, sont conjugués avec la commutation dont ils commandent l'automatisme. Ils donnent une signalisation visuelle permanente :

— de la tension haute fréquence sur l'aérien d'émission;
— du calage en fréquence du pilote;
— du fonctionnement de l'amplificateur à courants porteurs placé en aval du discriminateur;
— du relais de silence des voies courants porteurs.

5.4. Platine alimentation.

Ce boîtier délivre les différentes tensions de fonctionnement, notamment, il fournit :

+ 500 V pour l'étage de puissance;
+ 270 V pour les petits étages;
+ 270 V stabilisé électroniquement au 1/1000e pour le pilote.

La consommation globale par bâti est inférieure à 1 kW sous 127 V.

6. ÉQUIPEMENTS ACCESSOIRES : COMMUTATION, VOIE DE SERVICE, TÉLÉSIGNALISATION.

6.1. Commutation automatique sur chaîne de secours (*fig.* 18).

Ce dispositif a pour mission de mettre en service, dès l'apparition d'un dérangement, soit un émetteur-récepteur, soit un ventilateur suppléant.

L'importance du faisceau exige une exploitation continue et sûre, malgré les pannes, les arrêts indispensables pour le contrôle ou l'entretien. Pour assurer cette continuité de transmission dans chaque station, la chaîne principale est accompagnée d'un équipement de réserve identique réglé sur la même fréquence et d'un système de commutation automatique qui provoque la substitution de l'équipement en défaut ou arrêté.

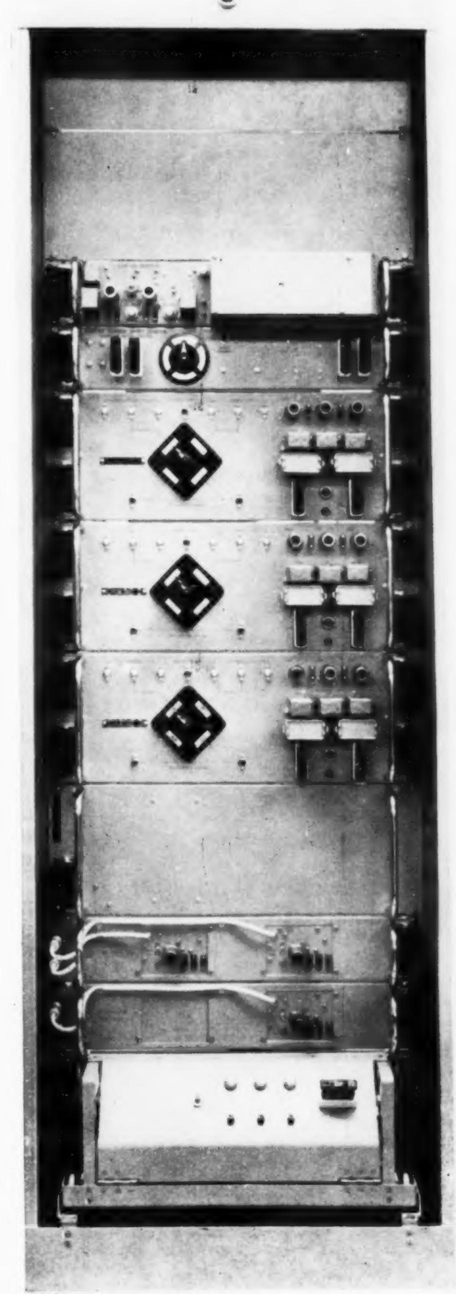


Fig. 18. — Bâti commutation équipé en trois directions.

Le dispositif de commutation occupe une platine de 0,60 m × 0,20 m montée dans une baie séparée dite de « commutation automatique ». Il fonctionne relié :

— aux organes de commandes, mesures, signalisations et contrôles placés dans le bâti radio (dont nous avons vu l'importance);

— à un oscillateur de test de fonctionnement du récepteur en local dont le rôle est d'éviter les commutations intempestives en cas de panne d'émission survenant dans les autres stations du faisceau.

La platine de commutation comporte une commande manuelle permettant indifféremment la mise en marche de la chaîne principale ou de la chaîne de réserve; le choix permet d'assurer au mieux la rotation du matériel.

Le temps de commutation en cas d'incident n'excède pas 5 s. La chaîne en attente est préchauffée, le chauffage des tubes est à 85 % de la tension nominale et la haute tension à 50 %. Ces conditions particulières d'attente ont été choisies ainsi parce qu'elles sont reconnues par les fabricants de lampes comme étant les plus compatibles avec une préservation maximum de la durée de vie des tubes. En effet, le chauffage simple développe des dépôts cathodiques qui, à la longue, usent le tube; le fait de créer un léger débit dirige le flot d'électrons vers leurs cibles normales et réduit par conséquent les risques de contamination.

Si un dérangement survient après commutation sur l'ensemble nouvellement en service, celui-ci reste alimenté sans retour automatique sur le premier ensemble. Cette non-réversibilité évite le passage alterné de l'un sur l'autre des ensembles en dérangement.

6.2. Commutation par dérangement des équipements.

Le dispositif de commutation est branché sur le circuit d'alarme générale de la baie radio en service. La substitution des équipements s'effectue dans les cas suivants :

A l'émission :

— décalage de la fréquence, ou arrêt du pilote modulateur, ou hétérodyne dans le relais;

— puissance haute fréquence de sortie trop faible ou nulle, due au multiplicateur, à l'amplificateur final, ou au commutateur d'aérien.

A la réception :

— courant du premier limiteur faible dû au commutateur d'aérien, à la tête haute fréquence, à la chaîne hétérodyne, à la mélangeuse, ou à l'amplificateur moyenne fréquence;

— absence du signal de modulation à la sortie, causée par les émetteurs, le discriminateur ou l'amplificateur à courants porteurs.

Cependant, la commutation de chaîne n'a lieu que lorsque le dérangement provient de la station émission correspondante. En effet, l'oscillateur de test, ayant pour but de contrôler l'état du récepteur, se met en route dès qu'un courant insuffisant apparaît aux limiteurs.

Cet oscillateur est constitué par un tube double; l'un des éléments oscille en haute fréquence sur la fréquence du récepteur, l'autre module en fréquence l'élément précédent. Cette émission locale remplace l'émetteur de trafic correspondant.

L'oscillation est discontinue, le fonctionnement s'opère par traits de 2 s, espacés par un silence de même durée. Cet arrêt est inférieur à la constante de temps de déclenchement de la commutation pour bloquer celle-ci.

Si le récepteur est en bon état de marche, le signal test est reçu, les relais de contrôle et d'alarme restent dans leur position initiale, la commutation est suspendue.

Si le récepteur est en dérangement, le signal test n'est pas reçu, la commutation est libérée, et il y a passage sur l'équipement de secours.

6.3. Voie de service (*fig.* 19).

La voie de service est destinée à la maintenance, à l'échange de conversations entre toutes les stations, soit par appel séparé, soit par appel général dans le cas de conversation conférence; en outre, elle véhicule les signaux de télésignalisation vers les stations surveillantes du réseau.

Cette voie module directement « en clair » dans la bande téléphonique (300-3 400 c/s) le pilote des émetteurs terminaux et l'hétérodyne des relais. Elle est équipée d'un système d'appel sélectif accordé sur 3 000 c/s, qui se trouve séparé des courants vocaux à la réception par un filtre. Le système, d'une capacité de 89 numéros, comprend son poste téléphonique 4 fils à batterie centrale et un sélecteur rotatif qui, à l'émission, permet d'envoyer les numéros d'appel de deux chiffres.

Le sélecteur rotatif déclenche l'oscillateur 3 000 c/s suivant des trains d'impulsions composés de traits

et de pauses de durée égale à la cadence du téléphone automatique urbain. L'envoi d'un numéro d'appel consiste en une impulsion de prise au décrochage du combiné et de deux trains représentant les dizaines et les unités.

A la réception, ces signaux 3 000 c/s sont amplifiés dans une chaîne, séparée de l'amplificateur à courants porteurs du récepteur, sélectés et détectés; l'impulsion de prise, un voyant placé sur le coffret du combiné téléphonique indique l'occupation de la ligne.

6.4. Télésignalisation (*fig.* 20).

L'ensemble se compose de deux sortes de platines : une platine émission et une platine réception.

Jointes aux équipements de commutation auto-



Fig. 19. — Platine voie de service.

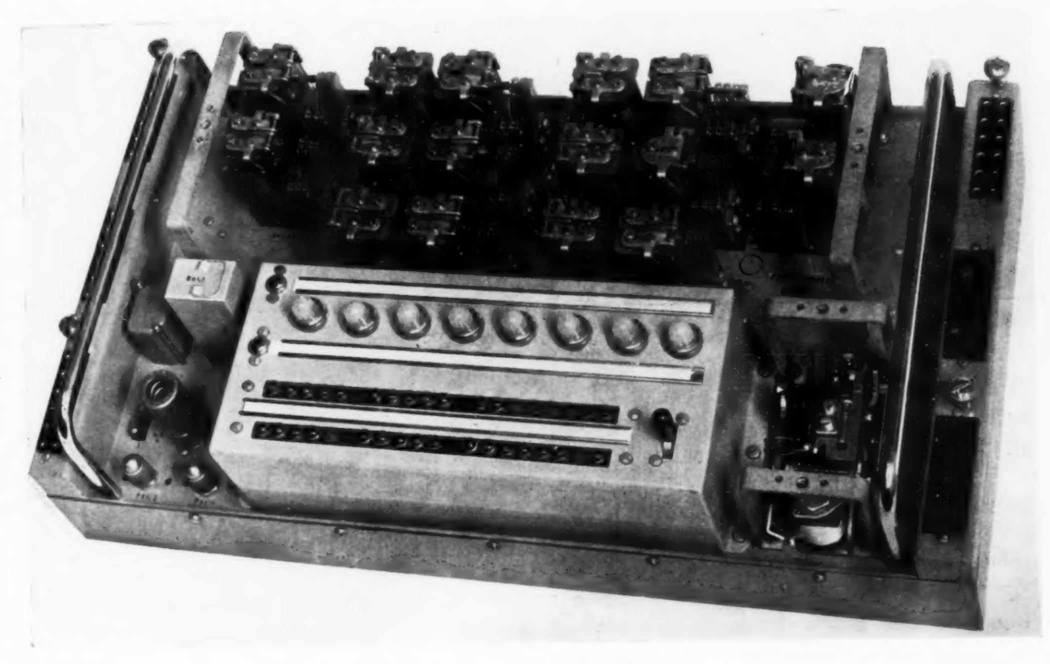


Fig. 20. — Télésignalisation.

ils manœuvrent un relais sensible qui actionne à son tour un rotacteur pas-à-pas et des relais téléphoniques.

Après chaque appel, les rotateurs reviennent au repos dans les stations sauf dans celle correspondant au numéro d'appel, où les relais marqueurs ferment et déclenchent la sonnerie d'appel. Sous l'effet de matique, ces platines permettent de contrôler à partir des stations terminales huit stations relais en série; leur rôle est de signaler toutes modifications, dans les conditions d'exploitation, survenues sur l'ensemble du faisceau hertzien. Dans chacune des stations, 16 couples de contacts (contacts inverseurs) peuvent être surveillés.

Le message émis d'une station surveillée, transmis par la voie de service, consiste en un train d'un nombre constant d'impulsions à fréquence unique (3 400 p/s) comportant des pauses à intervalles courts ou longs, la répartition de ces intervalles caractérise le message.

Par ailleurs, le message obéit aux servitudes suivantes :

— Il est évidemment déclenché si un changement d'état des contacts surveillés s'opère dans la station;

— Il peut s'opérer sur commande par une interrogation pratiquée à partir de la station surveillante;

— Il retarde sa transmission quand la voie de service est occupée en téléphonie ou par la télésignalisation elle-même en activité sur le réseau, c'est-à-dire que dès le début du message, toutes les stations sont averties. Un relais bloque tout signal éventuel qui risquerait de causer un brouillage;

— Il déclenche une signalisation particulière en cas d'une erreur de transmission ou de brouillage.

6.4.1. Fonctionnement. — *A l'émission :* les mpulsions sont comptées au fur et à mesure de leur envoi par un sélecteur à 11 positions par quart de tour. Des relais individuels reproduisent l'état des contacts surveillés et mettent sur les plots du sélecteur des polarités positives ou négatives selon l'intervalle à réaliser avant l'envoi de l'impulsion suivante.

Le message contient l'indicatif de la station en cause et la liste des positions des contacts surveillés, le tout est ensuite répété symétriquement, c'est-à-dire en commençant par la fin. Cette symétrie garantit la conformité du message.

A la réception : les impulsions à fréquence musicale détectées commandent la marche d'un sélecteur; sur chaque position le sélecteur attend l'arrivée de l'impulsion suivante. Selon la durée courte ou longue de la pause, un relais marqueur caractérise cette position par un repos ou une attraction.

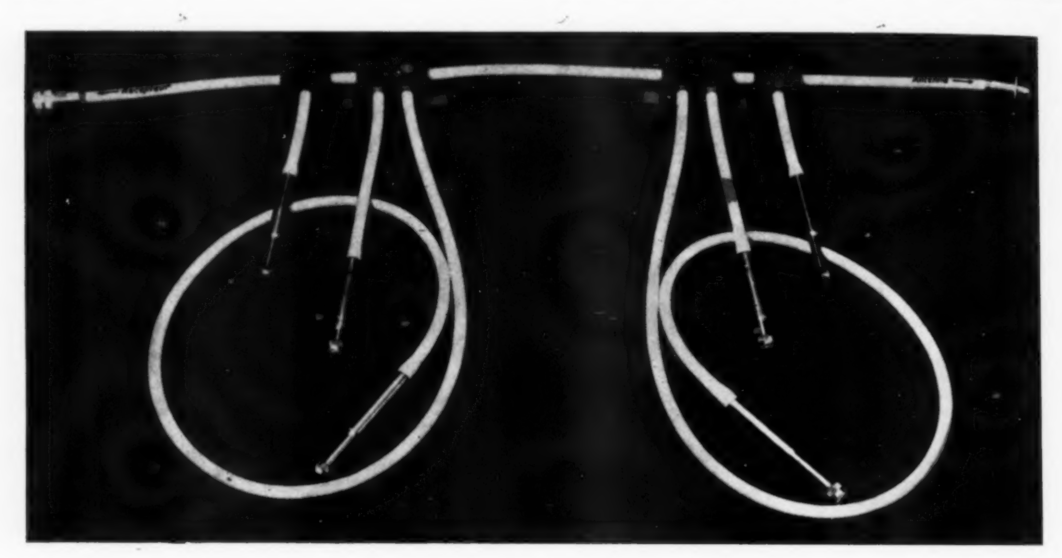


Fig. 21. — Filtres araignée de découplage.

Un relais, dit de coïncidence, compare la première moitié du message à sa répétition inversée et vérifie ainsi s'il est correct ou perturbé.

Les relais marqueurs commandent l'allumage sur le tableau d'affichage des lampes signalisatrices d'évènements (position des contacts surveillés) et des lampes représentatives des stations surveillées.

Le tableau ne permet que l'affichage d'un message à la fois. Le message demeure affiché jusqu'à l'intervention de l'opérateur ou l'arrivée du message suivant qui s'accumule avec le précédent.

La discrimination des messages s'effectue par l'effacement complet du tableau et l'interrogation ensuite séparée des stations en cause.

6.4.2. Exploitation. — En période normale sans incidents, tous les voyants du tableau d'affichage sont éteints. L'arrivée d'un message se traduit par une sonnerie et un voyant rouge.

Le voyant, correspondant à la station en défaut, s'allume ainsi que la rangée des lampes rouges ou blanches affectées à chacun des contacts surveillés et allumés suivant la position de ces contacts.

Une clé permet d'éteindre tous les voyants après lecture faite au tableau.

Si l'opérateur n'intervient pas, la sonnerie s'arrête après quelques minutes, le voyant rouge général reste allumé, plusieurs messages peuvent s'accumuler sur le tableau.

Pour interpréter le sens final des inscriptions, il suffit d'interroger chacune des stations ayant émis un message en composant leur numéro respectif d'appel sur la voie de service. La station alertée répond en passant en revue l'état de ses contacts. Si, pour une cause fortuite, bruit anormal, coupure d'alimentation pendant l'envoi du message, ou si

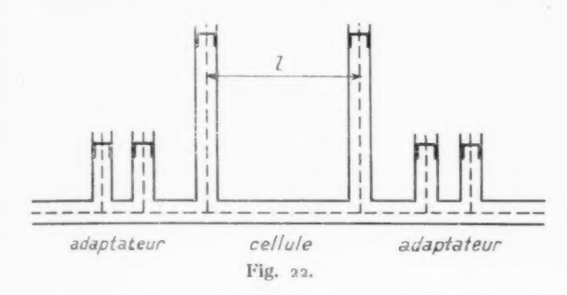


Fig. 22.

plusieurs signaux se chevauchent, la symétrie n'est plus réalisée, un voyant d'erreur l'indique, une interrogation doit être faite pour réparer cette erreur.

6.5. Filtres complémentaires de découplage émission-réception (*fig.* 21).

Ces filtres sont connectés entre l'aérien et l'appareillage, soit à l'entrée des récepteurs, soit à la sortie des émetteurs. Ils sont prévus dans le cas où le plan de fréquence est très serré, dans les stations comprenant un grand nombre de liaisons en parallèle ou d'aiguillages.

Les caractéristiques générales de ces filtres sont les suivantes :

— Perte d'insertion : $\leqq$ 0,5 dB;

— Atténuation : $\geqq$ 20 dB à 9 Mc/s à partir du centre de la bande passante;

— Largeur de bande : 5 Mc/s;

— T. O. S. : $\leqq$ 1,1 au centre de la bande;

— T. O. S. : $\leqq$ 1,5 aux bords de la bande.

6.5.1. Principe. — Les filtres sont formés de tronçons de câbles coaxiaux terminés par un court-circuit pour les bras dérivation. Chaque filtre est caractérisé par une cellule élémentaire, constituée d'un tronçon série sur lequel viennent se raccorder deux tronçons parallèles. Suivant l'atténuation désirée, on peut raccorder plusieurs cellules bout

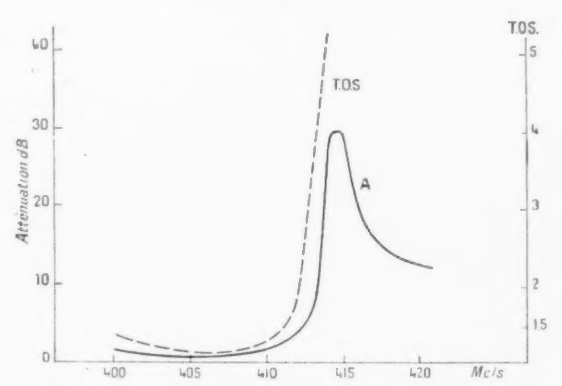


Fig. 23. — Courbes de réponses d'un filtre araignée. Atténuation et taux d'ondes stationnaires.

à bout. Avant ou après, les cellules élémentaires des adaptateurs sont prévus pour corriger les variations de charges dans la bande (voir *fig.* 22).

La cellule de base, dont les caractéristiques générales d'atténuation sont données figure 23, se présente sous la forme d'un T dont la branche horizon-

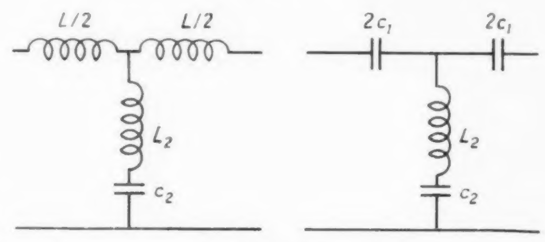


Fig. 24.

tale est une ligne de transmission et la branche verticale une ligne résonnante. Ce type de cellule, qu'on sait faire avec de bonnes surtensions, est simple, le choix de la longueur l permet la réalisation de passe-haut ou passe-bas. Les propriétés électriques les plus caractérisées de cette ligne en T sont analogues à la cellule dérivée m à constantes localisées (*fig.* 24). Elle procure une atténuation rapide très près de la fréquence de résonance du bras shunt, plus grande que celle des cellules à K constant.

6.5.2. Réalisation. — Un abaque a été tracé les longueurs des bras sont données par lecture directe, compte tenu de la réalisation en feeder standardisé du commerce. La figure 25 donne une vue d'un filtre à une cellule, la figure 26 donne une vue d'un filtre à deux cellules.

le prolongement de l'axe de chacune des hélices. On dispose ainsi de quatre hélices fixées aux quatre coins d'un carré, alimentées en parallèle et en phase, de sorte que la directivité se trouve renforcée par le facteur de groupement de l'ensemble (*fig.* 28).

La figure 29 donne le diagramme de rayonnement

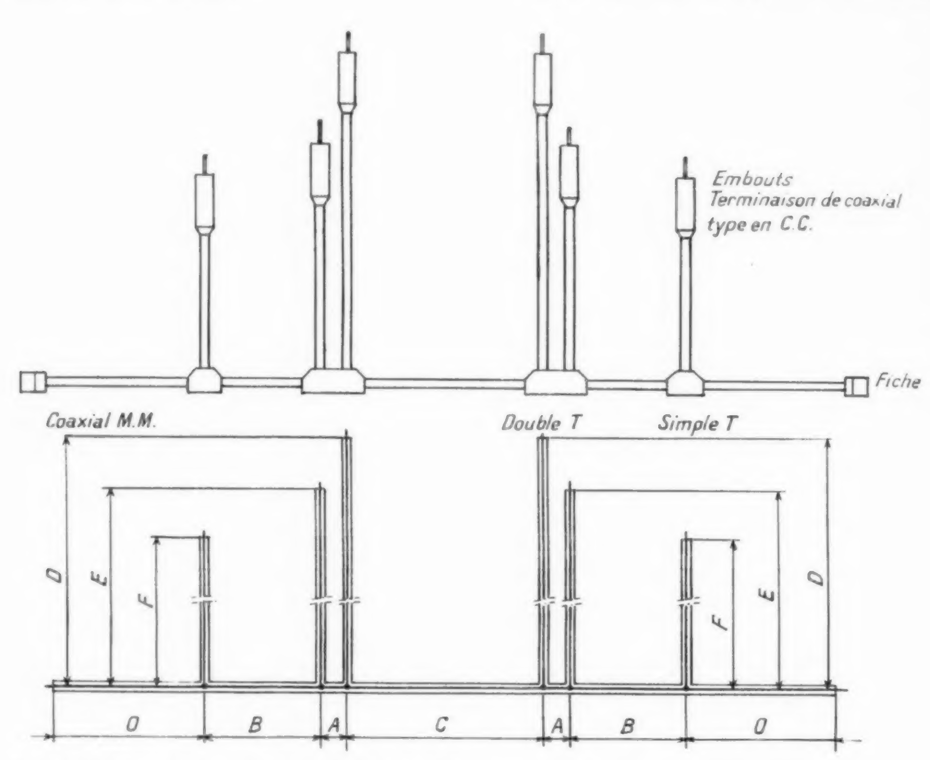


Fig. 25. — Filtre araignée à une cellule.

7. AÉRIENS.

7.1. Pour les distances inférieures à 100 km de visibilité.

L'aérien utilisé est du type hélice (voir *fig.* 27), il est caractérisé par le groupement de quatre hélices. Les quatre éléments hélicoïdaux sont enrobés de polyester et fixés sur un réflecteur en métal déployé.

Chaque élément est constitué par une bande de cuivre enroulée en hélice sur une toile de verre noyée dans un cylindre creux en polyester. Ces hélices sont à rayonnement axial. Elles sont alimentées par des lignes plates adaptées qui aboutissent dans

de quatre hélices groupées, dans les plans médians et diagonaux.

Deux types se sont révélés nécessaires pour couvrir la bande 360-470 Mc/s. Les principales caractéristiques sont les suivantes :

Caractéristiques mécaniques :

— Angle de l'hélice : $\alpha = 15°,5$;

— Nombre de spires : 9;

— Pour l'hélice couvrant la bande 360-440 Mc/s : $\Phi = 252$ mm; longueur : 2 m;

— Pour l'hélice couvrant la bande 400-470 Mc/s : $\Phi = 232$ mm; longueur : 1,85 m.

Caractéristiques électriques :

— Gain : 17 dB/dipôle;

— Angle d'ouverture à demi-puissance : ≦ 15°;

— Impédance : 50Ω ;

— T. O. S. : ≦ 1,2 dans la bande totale d'utilisation.

valeur donnée). L'aérien alors utilisé est un paraboloïde de 5 m de diamètre muni d'un duplexeur ou non suivant les dispositions de l'infrastructure.

Ce paraboloïde, constitué par un réflecteur de révolution, a une distance focale de 1,25 m, avec le foyer situé dans le plan d'ouverture (*fig.* 30).

La surface du paraboloïde est réalisée en métal

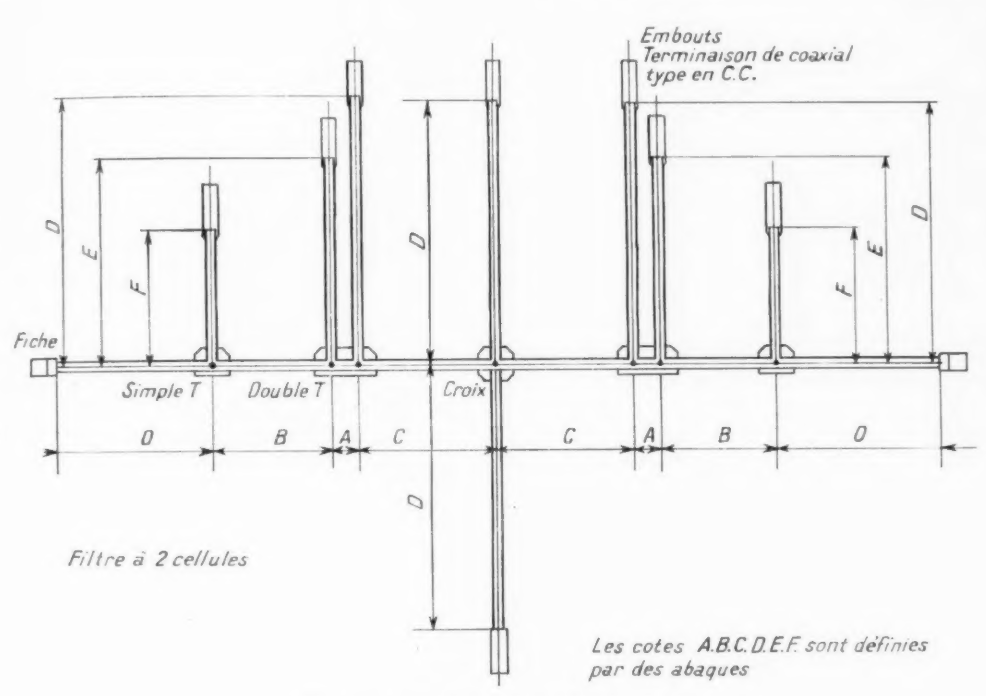


Fig. 26. — Filtre araignée à deux cellules.

7.2. Pour les distances supérieures à 100 km ou en visibilité rasante.

Ces liaisons sont le plus souvent des cas d'espèces, soit par impossibilité d'établir des relais rapprochés (le champ subit des variations importantes de propa-

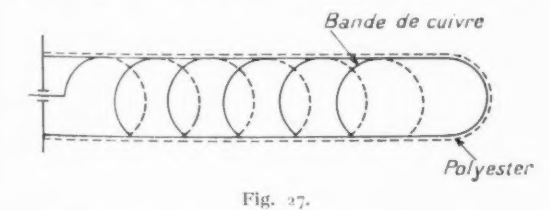


Fig. 27.

gation), soit parce que le Cahier des charges impose impérativement les conditions du C. C. I. F. (le champ doit rester élevé, ne pas s'affaiblir en dessous d'une

déployé, soudé par point ou appliqué sur le support à l'aide de torsades.

La source d'excitation duplexée s'effectue par le jeu de polarisations orthogonales. Un guide circulaire, fermé à une extrémité par un fond métallique, reçoit les dipôles excitateurs montés sur un même axe coïncidant avec l'axe du guide. Le guide est réalisé en tôle très mince, la rigidité mécanique très suffisante est obtenue par le fond et un disque en plexiglas sur l'ouverture de la source.

Dans le cas d'une excitation en simple, un seul dipôle est placé sur l'axe médian du paraboloïde avec un réflecteur plan constitué par un disque de 0,5 m de diamètre environ.

Chacun de ces aériens, hélices ou paraboloïdes, possède une boucle de couplage munie d'un détecteur permettant de contrôler la puissance rayonnée par

l'aérien, le courant détecté est envoyé dans la station par un feeder spécial.

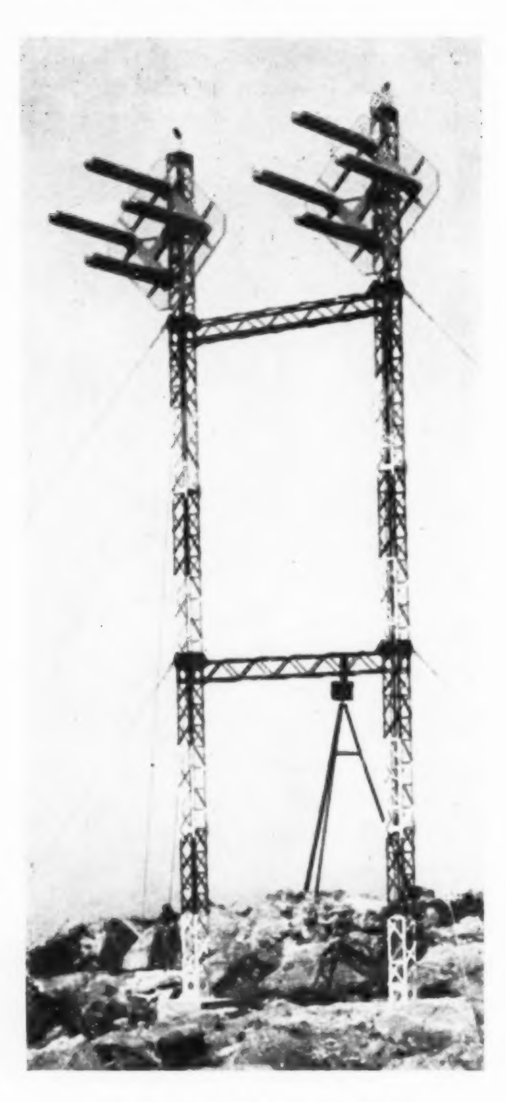


Fig. 28. — Aérien à quatre hélices.

Les caractéristiques électriques de l'aérien parabolique sont les suivantes :

— Gain : 20 à 22 dB/dipôle dans la bande 400-470 Mc/s;

— Angle d'ouverture à demi-puissance : < 13°;

— Impédance : 50 Ω;

— T. O. S. : ≤ 1,2 réglable par double slug au niveau des dipôles dans une bande de 5 Mc/s autour de la fréquence d'utilisation;

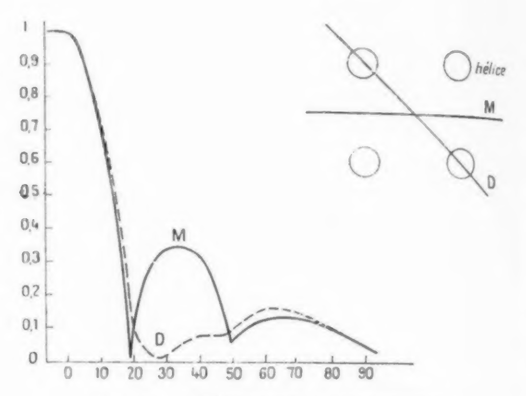


Fig. 29. — Diagramme de rayonnement d'un aérien à quatre hélices dans les plans M-D.



Fig. 30. — Aérien parabolique de 5 m de diamètre.

— Lobes principaux dans le plan H : < 20 dB;

— Lobes principaux dans le plan V : < 25 dB.

8. STRUCTURE GÉNÉRALE D'UNE STATION TERMINALE.

Si l'on veut assurer le trafic avec une grande probabilité de marche, sans interruptions dépassant 5 s l'installation d'une station terminale, à direction unique doit comporter les équipements suivants :

— deux bâtis d'équipement radio (chaîne principale et de réserve);

— un bâti de commutation automatique contenant les platines de commutation, de voie de service, de télésignalisation et des oscillateurs de test;

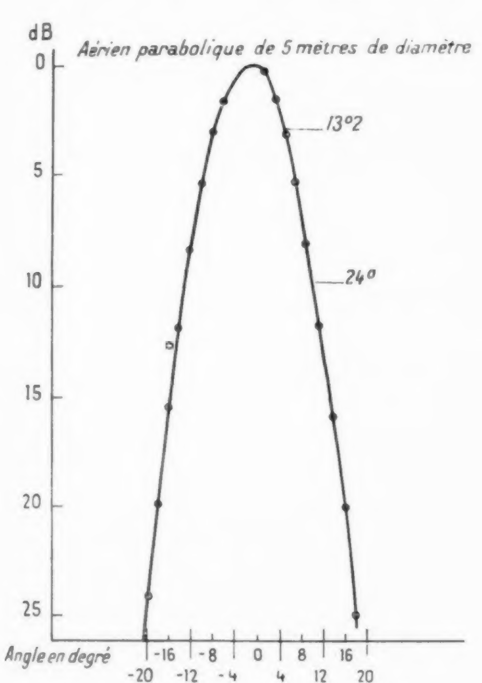


Fig. 31. — Diagramme de rayonnement dans le plan électrique.

— des ventilateurs (principal et secours);

— des commutateurs d'aériens de branchement des feeders sur les équipements radio en service;

— des aériens soit paraboliques duplexés ou non, soit composés de quatre hélices à l'émission et à la réception;

— un groupe électrogène de secours;

— un régulateur de tension 2 kVA.

Dans le cas où une station comporte deux ou trois directions hertziennes, le bâti de commutation reçoit en conséquence autant de platines de commutation que de directions.

9. STRUCTURE D'UNE STATION RELAIS.

Les équipements relais diffèrent peu des équipements terminaux. Leur but est de recevoir et de réémettre une nouvelle fréquence par transposition sans démodulation. Les deux sens de transmission sont obtenus par deux équipements unilatéraux placés côte à côte, avec chacun leurs équipements de secours, si la sécurité de fonctionnement implique cette nécessité.

On retrouve la plupart des éléments constitutifs du matériel terminal en vue de créer une unité en fabrication qui simplifie l'usinage de série, le contrôle au montage et aux essais, l'approvisionnement des produits manufacturés et le stockage.

Le récepteur est semblable, quelles que soient ses fonctions de terminal ou de relais. Une prise permet de prélever la tension moyenne fréquence pour l'acheminer vers l'émetteur.

Émetteur relais.

L'émetteur effectue la transposition ultra-haute fréquence, à partir de la moyenne fréquence du récepteur, et réémet le signal avec une puissance nominale de 15 W. Le signal moyenne fréquence est amplifié, puis converti dans un étage changeur par battement avec une hétérodyne stabilisée par quartz. La chaîne hétérodyne assure l'incorporation du spectre voie de service qui s'effectue par modulation de phase préaccentuée sur le quartz pilote. Le nouveau signal utile est amplifié par deux étages successifs identiques à ceux de l'émetteur terminal.

En complément, en cas de pannes, ou au cours des réglages préliminaires du faisceau, pour conserver ou obtenir avec la voie de service le contact oral entre les stations, il est prévu sur l'émetteur un oscillateur de mise en route manuelle qui délivre en local une tension moyenne fréquence permettant, lorsque le signal moyenne fréquence normal fait défaut, d'établir ou de rétablir l'émission.

10. RÉSULTATS.

Les essais sur les multiplex à courants porteurs sont généralement difficiles à interpréter. Le meilleur essai consisterait à mettre un câble hertzien en

exploitation, mais cette manipulation est compliquée; elle nécessite un temps très long, elle oblige à faire des statistiques, et au départ de l'usine elle ne rassure pas immédiatement la clientèle sur les qualités du matériel. Deux méthodes de mesures de distorsion ont été alors employées pour évaluer les performances :

— l'une à fréquences discrètes ayant pour but surtout d'éclairer le constructeur au moment des essais de laboratoire sur la linéarité intrinsèque du système de transmission. La mesure consiste à mesurer le taux d'harmoniques de fréquences pures et à déduire la fréquence porteuse limite qu'il est possible de transmettre;

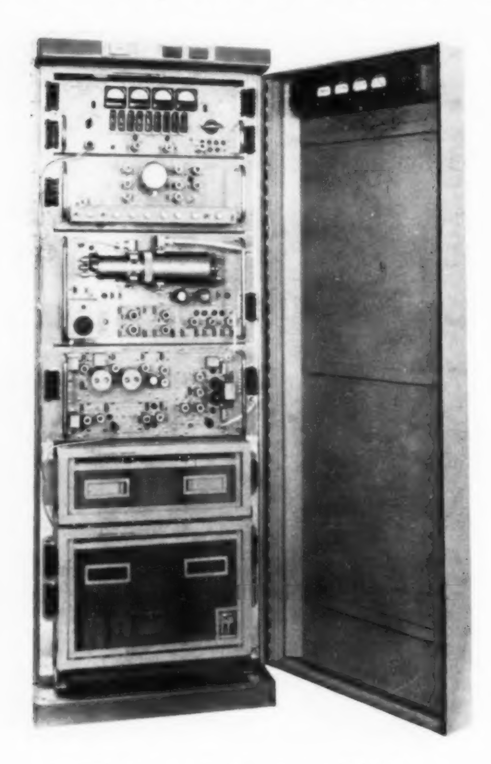


Fig. 32. — Baie émetteur FH 605.

— l'autre à bruit blanc, très proche de la vérité, simule l'ensemble des fréquences d'un multiplex à 60 ou 120 voies. Cette mesure étant destinée à démontrer en usine que le matériel satisfait aux conditions téléphoniques.

10.1. Mesures à fréquences discrètes.

Les émetteurs-récepteurs sont reliés par des feeders et la perte due à la propagation est représentée par des atténuateurs ajustables.

La figure 33 donne les résultats d'essais sur un grand nombre de matériels essayés au cours de leur sortie de l'usine. Les fréquences de modulation sont :

$F_1 = 61$ kc/s, $F_2 = 101$ kc/s,
$F_3 = 141$ kc/s, $F_4 = 181$ kc/s,
$F_5 = 222$ kc/s, $F_6 = 261$ kc/s,
$F_7 = 301$ kc/s;

F_1, F_2, F_3 peuvent être appliquées séparément ou ensemble, des groupements par lots de F permettent d'expertiser des tranches de fréquences ou la totalité du spectre.

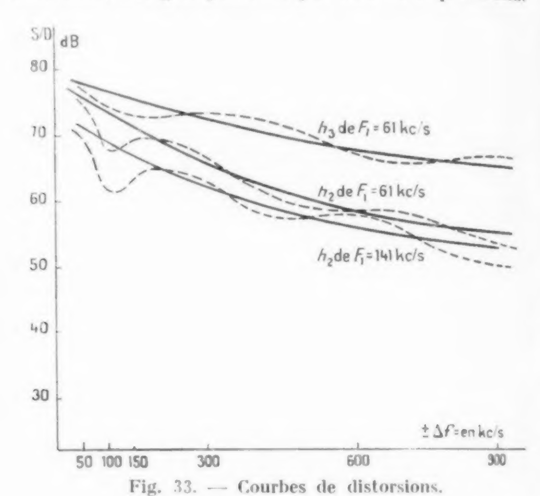


Fig. 33. — Courbes de distorsions.
Trait plein : sur feeder en usine;
Trait pointillé : sur liaison essai Cholet-Loublande.
(L'ondulation des résultats est due aux trajets multiples de propagation.)

Par exemple, quand l'ensemble des fréquences attaquent le modulateur pour une déviation de crête pratiquement à la charge normale, soit $\pm$ 1050 kc/s, le diaphonomètre accuse un rapport $\frac{S}{D}$ de 58 à 60 dB. La figure 34 donne la variation de la distorsion en fonction de la charge.

10.2. Mesures à bruit blanc.

La méthode, qui se rapproche très près des conditions d'exploitation, consiste :

— à moduler l'émetteur avec un spectre de bruit de largeur de bande égale à celle du multiplex et de charge égale à 120 voies téléphoniques à l'heure la plus chargée;

— à recueillir les signaux discriminés et à comparer sur un récepteur à fenêtres situées hors bande, juste aux extrémités du spectre multiplex, l'énergie du signal et celle restant dans les fenêtres considérées.

A l'émission, le bruit blanc est ajusté pour atteindre la crête $\Delta f = 1$ Mc/s; en estimant une valeur moyenne de la voie à — 14 dBm les résultats mesurés sur la fréquence correspondant à la 110e voie ont donné, à titre d'exemple, sur une liaison longue de 420 km constituée par deux stations terminales et trois stations relais, un rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ + diaphonie de 59 dB.

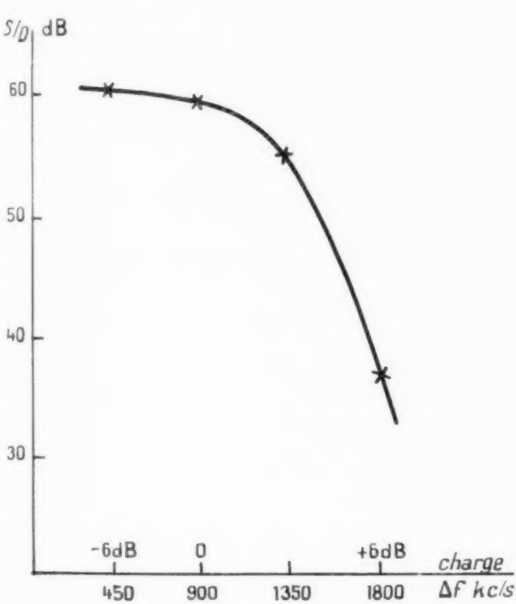


Fig. 34. — Charge par sept fréquences discrètes.

II. EXPLOITATION ET MAINTENANCE.

De nombreuses administrations françaises et étrangères ont choisi ce matériel pour la réalisation d'importants réseaux. Citons Port-Lyautey-Tanger, Grasse-Bone, qui fonctionnent dans d'excellentes conditions; d'autres sont en cours d'installation tels que Belgrade-Zagreb (Yougoslavie), les liaisons intérieures grecques, Buenos-Aires-Chivilcoy (Argentine), Mexico-Guadalajara (Mexique), Smyrne-Istanbul-Sivas (Turquie), soit au total plus de 4800 km de faisceaux.

La maintenance périodique locale s'opère suivant des principes semblables à ceux mis en œuvre dans les liaisons câbles.

Les mesures les plus fréquentes concernent les courants plaques des tubes, le contrôle de la puissance, de l'amplification du récepteur. D'autres plus espacées, ayant un rapport plus spécifiquement radio, intéressent l'adaptation des feeders d'aériens, la mesure de l'excursion de fréquence, la mesure du bruit, de la non-linéarité (diaphonie), et les mesures de bandes passantes haute et moyenne fréquence pour lesquelles des appareils spécialisés d'un maniement facile, disponibles dans le commerce, contribuent à assurer le maintien des performances sans faire appel à un personnel technique hautement qualifié : En dehors de cette surveillance périodique, opérée pour minimiser les incidents, la commutation automatique commande la relève du matériel défaillant; la télésignalisation informe la station surveillante.

En conséquence, l'équipe chargée de l'entretien dépendra d'une station service centralisée et volante, munie d'une camionnette de dépannage avec un équipement comprenant un noyau d'appareils de mesure : générateurs ultra-haute fréquence, vidéo, wattmètre, T. O. S. mètre, voltmètre à lampe, microampèremètre.

CONCLUSION.

Le matériel décrit a une autonomie absolue d'exploitation, il conserve malgré la fréquence utilisée une structure simple ne faisant appel qu'à des tubes courants, où les méthodes de réglage relèvent de la radioélectricité classique avec des processus d'esssai faciles. Une autre version en deux bâtis, dans laquelle l'émetteur est séparé du récepteur, a été étudiée à la demande de l'Administration des P. T. T. en vue de faciliter la maintenance dans le cas où plusieurs faisceaux fonctionnent en parallèle sans secours. Cette version est en quelque sorte plus vivante puisqu'elle compte :

— un oscillographe incorporé au bâti assurant une lecture permanente de la charge téléphonique du faisceau;

— un enregistreur de champ pour l'étude de la propagation.

Voir la figure 32 de l'émetteur.

Grâce à des moyens importants de fabrication, adoptés par l'usine de Cholet, d'appareils d'essais spéciaux de plate-forme, de processus d'essais simples, la sortie en série a pu s'accomplir avec une excellente régularité des performances.

DISTINCTIONS

La médaille André Blondel qui avait été décernée en 1956 à M. Pierre Guénard, Directeur Technique du Département « Recherches Electronique et Atomistique » de la Compagnie Générale de T. S. F., vient d'être remise pour 1957 à M. Pierre Aigrain, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris, pour l'ensemble de ses travaux.

C. D. U. : 621.315.59

Contribution à l'étude des structures semi-conductrices présentant des résistances dynamiques négatives et des oscillations qu'elles peuvent entretenir, par A. Leblond.

Ann. Radioélect., n° 48, avril 1957, p. 95-139, 45 fig., 26 réf. bibl.

L'auteur étudie l'état électrique interne existant au sein d'une jonction semi-conductrice particulière du type *p-i-p* en régime d'ionisation. Il montre l'origine purement électronique de la résistance dynamique négative observée sur les caractéristiques tension-intensité de ces jonctions. Il étudie ensuite les oscillations susceptibles d'être obtenues il lui a été possible d'obtenir des oscillations de fréquence fondamentale 33 et 25 Mc/s, dont la forme d'onde de courant riche en harmoniques permet la détection d'harmoniques 3 ou 4.

Il précise enfin les facteurs pouvant limiter la fréquence d'oscillation liés, d'une part au circuit extérieur et, d'autre part, propre au matériau semi-conducteur lui-même.

C. D. U. : 621.315.612

Conductivité ionique des diélectriques, par L. Godefroy.

Ann. Radioélect., n° 48, avril 1957, p. 152-157, 6 fig.

A partir des équations générales qui régissent la conduction ionique dans les isolants, l'auteur calcule la répartition du potentiel et des charges lorsque le régime stationnaire est atteint. Il montre que dans cet état stationnaire le champ électrique au voisinage de la surface de l'isolant atteint des valeurs élevées qui peuvent expliquer des phénomènes comme les claquages et les migrations d'atomes.

C. D. U. : 621.374.32 : 681.142

Sur un nouveau procédé de calcul par courants de haute fréquence (2e partie), par H. J. Uffler et J. Tubeuf.

Ann. Radioélect., n° 48, avril 1957, p. 140-151, 22 fig.

Dans un précédent article (*Ann. Radioélect.*, juillet 1956), H. J. Uffler a donné les caractéristiques du nouveau procédé de calcul par courants de haute fréquence mis au point par la Compagnie Générale de T. S. F. et a décrit l'application de ce procédé à la résolution d'opérations algébriques.

Cette seconde partie est consacrée à l'application de ce procédé à la génération simultanée d'un nombre quelconque de fonctions dérivables, modifiables à volonté. On procède par addition pondérée (dans autant de circuits additionneurs qu'il y a de fonctions à engendrer) des fonctions de base identiques fournies par un bloc unique.

C. D. U. : 621.396.4

Description et particularités techniques du matériel à modulation de fréquence type FH 610, par M. Schwindenhammer.

Ann. Radioélect., n° 48, avril 1957, p. 158-179, 34 fig.

Après avoir rappelé succinctement les recommandations du C. C. I. F. relatives au bruit dans une voie téléphonique, l'auteur présente l'équipement multiplex à modulation de fréquence FH 610, réalisé par la Société Française Radioélectrique en insistant plus particulièrement sur certaines de ses caractéristiques. Il souligne ensuite ses facilités d'installation et de maintenance, donne les résultats d'essais obtenus et énumère les nombreux réseaux installés ou en cours d'installation avec ce type de matériel.

U. D. C. : 621.374.32 : 681.142

On a new computing process using high-frequency currents. Part. 2, by H. J. Uffler and J. Tubeuf.

Ann. Radioélect., Nr. 48, April 1957, p. 95-139, 22 figures.

In a previous article (*Ann. de Radioélectricité*, t. 11, July 1956, p. 187), H. J. Uffler gave the characteristics of a new computer process using high-frequency currents, developed by the Compagnie Générale de T. S. F. and described its application to the resolution of algebraic operations.

This second part is concerned with the application of this process to the simultaneous generation of any number of functions which can be differentiated or modified as required. One proceeds by the weighted sum (in as many adding circuits as there are functions to be generated) of the identical basic functions supplied by a single block.

U. D. C. : 621.396.4

Description and special technical features of frequency-modulation equipment type FH 610, by M. Schwindenhammer.

Ann. Radioélect., Nr. 48, April 1957, p. 152-157, 34 figures.

Having briefly recalled the C. C. I. F. recommendations in respect of noise in a telephone channel, the author presents the frequency modulated multiplex equipment type FH 610, developed by the Société française Radioélectrique. He then sets out its ease of installation and maintenance, gives the results of tests and a list of the numerous networks installed or being installed, using this type of equipment.

U. D. C. : 621.315.59

A contribution to the study of semiconductor structures with a negative dynamic resistance and of the oscillations they are able to sustain, by A. Leblond.

Ann. Radioélect., Nr. 48, April 1957, p. 140-151, 45 figures.

The author examines the internal electrical state ine a special semiconductor junction of the *p-i-p* type in the ionised state. He shows the purely electronic origin of the negative dynamic resistance observed in the voltage-current characteristics of such junctions. He then considers the oscillations which may be generated. It has been possible to obtain oscillations at a nominal frequency of 33 and 25 Mc/s, whose current waveform, rich in harmonics, enables the third or other harmonic to be detected.

He finally states the factors which are liable to limit the oscillation frequency, tied to the external circuit, on the one hand, and to the characteristics of the semiconducting material itself, on the other.

U. D. C. : 621.315.612

The ionic conductivity of dielectrics, by L. Godefroy.

Ann. Radioélect., Nr. 48, April 1957, p. 158-179, 6 figures.

Starting from the general equations which govern ionic conduction in insulators the author calculates the distribution of potential and charges when the steady state has been reached. He shows that in this steady state the electric field near the insulator surface reaches high values which may explain phenomena such as flash-over and atom migration.

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

150618

Dépôt légal, Imprimeur, 1957, n° 1183

Gérant : L. P. BOULANGER.

95

140

152

158

GER.